
LAS MATEMATICAS EN GEOGRAFIA ¿REVOLUCION TEORICA O APARICION DE UN NUEVO INSTRUMENTO? *

*Por Peter Gould ***

Las revoluciones son siempre portadoras de contradicciones: por eso, no es extraño que interpretaciones diversas se hayan dado a los cambios que han aportado a la Geografía una explosión de nuevas ideas y el éxito de nuevos modos de percepción de problemas tradicionales que han marcado su evolución en el curso de los últimos veinte años. En ciertas grandes Facultades de Estados Unidos, Canadá, Reino Unido y Suecia, los programas actuales traducen profundos cambios de óptica. Por lo demás, basta comparar los artículos que aparecen hoy en ciertas revistas especializadas con publicaciones auxiliares de mediados de los años 50, para constatar que en el presente los geógrafos abordan los problemas con perspectivas muy diferentes.

Muchos de los cambios son fruto de lo que se ha convenido en denominar la "revolución cuantitativa" (Burton, 1963; Curry, 1966 b), fase normal y prevista del progreso en todas las ciencias físicas, biológicas y humanas.

En los países donde la geografía re-

posa sobre una tradición sólida y dinámica, donde los geógrafos están cada vez más asociados a la ordenación del territorio y a la planificación regional, la revolución cuantitativa está prácticamente acabada. La mayor parte de sus teorías que antes eran juzgadas de vanguardia, se han convertido en materia de enseñanza y técnicas fundamentales como el análisis multivariado. La programación sobre ordenadas o la programación lineal se consideran como fundamentales desde el primer ciclo de la enseñanza superior.

* Traducido del francés de la Revista Internacional de CCSS, publicada por UNESCO, París. Vol. XXVII (1975) N° 2, Págs. 319-347, con la debida autorización.

** Peter Gould es profesor de Geografía en la Universidad de Pensylvania, EUA., miembro de la Assembly of Behavioral and Social Sciences y de la National Academy of Sciences de Estados Unidos. Es autor de varios artículos y obras, entre las cuales podemos citar: *Transportation in Ghana* (1960); *Africa: Continent of Change* (1961); *Geography* (1970); *Spatial Organization: The Geographers View of the World* (1971); *Multiple Location Analysis* (1972); *Mental Maps* (1974); *People in Information Space* (1974).

Por el contrario, en lo que se refiere a las matemáticas en geografía es otra cuestión. En efecto, buen número de cambios y de técnicas nuevas que hoy se practican reposan sobre un soporte matemático bastante frágil y raros son los geógrafos —menos de una docena— que poseen una formación matemática un poco sólida. Ciertamente esto es un problema pero será remediado a su tiempo. En Estados Unidos, por ejemplo, ciertos decanos han señalado ya que la matemática y la estadística son las más importantes de las disciplinas emparentadas con la geografía (Kruskal, 1970; Taaffe et al. 1970); y, muy lentamente va aumentando el número de estudiantes en geografía que se inician en el cálculo infinitesimal y en el álgebra lineal. En consecuencia, en esta perspectiva todos los programas de la licenciatura, comportan necesariamente lagunas y plantean problemas que, con toda evidencia, no se resolverán antes de varios decenios.

Los orígenes

Considerando la aspereza y las resistencias intelectuales que a menudo caracterizan los debates sobre esta cuestión, aún en nuestros días, hay una cierta ironía de constatar que existe en geografía una larga tradición de su cultura matemática.

La geometría (medida de la Tierra) y la geografía estuvieron íntimamente asociadas en la Grecia antigua, y los primeros sabios árabes añadieron a ello importantes prolongaciones algebraicas. En la Europa de los siglos XVII y XVIII, el papel tradicionalmente asignado al geógrafo le exigía a menudo conocimientos matemáticos muy amplios para permitir-

le explorar las tierras y los mares y diseñar la carta de la superficie del globo, la que, a su vez, planteaba problemas matemáticos que un empirista tan eminente como Gauss juzgó dignos de su atención (Lanczos, 1970). En nuestros días raros son los geógrafos capaces de dominar los aspectos matemáticos aún los más elementales de su herramienta esencial, la carta.

Es vano volver a trazar la decadencia de la geografía en el transcurso de la primera mitad de este siglo, decadencia, por otra parte, general y que no se limita a sus aspectos matemáticos: este no es sino un lamentable retroceso que parece no volverá a producirse, dada la gran vitalidad y dinamismo que esta ciencia conoce hoy. Recordemos solamente que al principio y a mediados de los años 50, algunos investigadores aislados han colaborado sin saberlo en orientar sus reflexiones en direcciones más o menos paralelas. En Finlandia, el geógrafo Reino Ajo comenzó a dar a conocer más ampliamente algunos de sus avances matemáticos originales, publicando artículos en inglés en la excelente colección "Estudios de la Universidad de Lund" (Ajo, 1953); sin embargo, no fue nunca reconocido por la mayor parte de sus colegas de las universidades finlandesas y debió conservar durante una buena parte de su vida un empleo de inspector de automóviles para asegurar su subsistencia y la de su familia. Buen número de sus trabajos establecen analogías con problemas de física y de mecánica, y ha sido sin duda el primero en utilizar las técnicas de regresión para estudiar las relaciones espaciales (Ajo, 1955). En la misma época, un estudiante de licenciatura de la Universidad de Lund, de nombre Torsten

Hägerstrand, comenzó a elaborar modelos de procesos de difusión espacial (Hägerstrand, 1953). Trabajando en colaboración con el especialista en Informática Karl Erik Froberg, que acababa de llegar de Estados Unidos, donde había visitado las primeras instalaciones de ordenadores en este país, tuvo éxito en soslayar las dificultades matemáticas aparentemente insolubles que se presentaban y puso a punto un modelo de simulación por el método de Monte-Carlo para estudiar la difusión de innovaciones en una región agrícola del sur de Suecia (Hägerstrand, 1965). En 1958, se encontraba en Seattle, en calidad de profesor invitado en la Universidad del Estado de Washington, donde William Garrison trabajaba desde hacía tres años con sus estudiantes sobre la aplicación de los métodos de la estadística y de la programación lineal a los problemas geográficos. ¹

Algunas de las investigaciones más avanzadas fueron igualmente dirigidas en la Universidad de Iowa por Harold McCarty (McCarty et al, 1965) y en la de Northwestern University por Edward Taaffe, con los consejos del geólogo William Krumbein. Gracias a la ayuda de la National Science Foundation de los Estados Unidos, cursos de verano permitieron, en los comienzos de los años sesenta, iniciar a un mayor número de jóvenes investigadores en técnicas y métodos nuevos.

Entre los trabajos que han marcado los comienzos de esta aventura intelectual, es preciso señalar, dentro de un estilo muy original, los de Leslie Curry, geógrafo inglés que había tomado contacto en la mitad de los años cincuenta con un grupo de investigación operacional de la

Universidad John Hopkins y que más tarde, aplicaría los conceptos de la teoría de las filas de espera en sus investigaciones de doctorado en Christchurch, en Nueva Zelanda (Curry, 1962 a).

Es importante ubicar estos primeros descubrimientos de mediados y finales de los años cincuenta, en su perspectiva histórica. Todos, sin excepción, fueron puestos en marcha por geógrafos de cultura y de formación fuertemente clásica, profundamente ligados, ciertamente, a su disciplina de elección, pero afligidos por la falta de exigencia intelectual auténtica que frecuentemente había caracterizado la investigación en el curso de los decenios precedentes.

En la totalidad de los casos, sus primeras tentativas no fueron más que adaptaciones de técnicas estadísticas y matemáticas conocidas a los problemas espaciales. Retrospectivamente, parecía que esto no exigía —y que no poseían— más que un somero bagaje matemático, pero adoptando sin demasiado discernimiento los métodos corrientes de la estadística, los aplicaron a veces defectuosamente (Gould, 1970 a). Estos errores de aplicación fueron sin embargo, un camino que los geógrafos abrieron inocentemente a la estadística descriptiva e inductiva vías nuevas hasta entonces totalmente ignoradas por los mismos matemáticos y estadísticos. Todavía hoy, los efectos de la autocorrelación espacial sobre los tests de significación inductivos de las técnicas de regresión permanecen en gran parte inexplorados. (Gliff y Ord, 1971, 1972; Curry, 1966 a) y problemas análogos de efectos de estructura se utilizan actualmente en el método muy

próximo de análisis de las superficies de tendencia (Chorley y Haggett, 1965).

Muy frecuentemente, volveremos más adelante sobre ello, la trasposición de los pasos clásicos, fundamentalmente unidimensionales, de la estadística en el espacio de dos dimensiones de la geografía plantea problemas matemáticos completamente insospechados y de ordinario tan difíciles de formular como de resolver.

Uno de los instrumentos más frecuentemente utilizados desde las primeras tentativas de adaptación de estas técnicas a la geografía ha sido el análisis factorial, y muy especialmente la puesta en evidencia de componentes principales.

Los geógrafos han reconocido siempre el valor del proceso de síntesis en el cuadro de la región, y los métodos del análisis factorial, que hacen intervenir simultáneamente numerosas variables relacionadas por interacciones complejas, no son sino una prolongación más sistemática de la síntesis regional tradicional.

Esencialmente, se trata de examinar si las numerosas variables asociadas que son efectivamente observadas y medidas, pueden o no ser subtendidas por una estructura más simple y más fácil de interpretar. Está fuera de duda que los procesos de este género han sido aplicados con éxito en la búsqueda de estructuras latentes, que están en el origen de muchos esquemas de organización geográfica observados en geografía humana (Soja, 1968), aunque algunos de los ejemplos más imaginativos, hayan sido extraídos de disciplinas espaciales muy próximas, como la botánica y la geología. Así, es-

tos métodos han evidenciado dimensiones subyacentes indudables que explican en gran parte la variación espacial en las asociaciones vegetales, (Goodall, 1955) y, algoritmos factoriales similares se han propuesto para facilitar la prospección minera (Klovan, 1968).

A diferencia de la psicología y de otras ramas de las ciencias humanas, la geografía cuando ha necesitado del análisis factorial, se singulariza por el papel muy importante que concede a menudo al cálculo y a la representación (gráfica o cartográfica) de escoras o "pesos locales" de los componentes o de los factores.

En otros términos, una matriz inicial de información espacial, constituida por un gran número de elementos y observaciones (que pueden ser los emplazamientos establecidos sobre una carta o las casillas de una cuadrícula) basada sobre múltiples variables (midiendo, por ej. las características socio-económicas y demográficas) se reduce a un número pequeño de variables aleatorias definidas por combinaciones lineales ponderadas de las observaciones originales. Es así como la posibilidad de multiplicar casi hasta el infinito los programas de tratamiento automático de la información puede desorientar al investigador que carece de conocimientos matemáticos.

La mayor parte de los análisis derivan de una descomposición en componentes principales admitiendo una solución matemática única (Gould, 1967) y si, en este punto del análisis se calculan las escoras de los componentes, serán por tanto independientes los unos de los otros. Cuando las escoras obtenidas de la

primera componente son interpretadas habitualmente como poseyendo valor de índice global general, aquellos obtenidos de las otras componentes, y que son independientes de la primera, son con frecuencia difíciles, aún imposibles de interpretar. Es la razón por la que la estructura de las componentes principales, ortogonales y por tanto matemáticamente independientes, se transforma por un procedimiento de rotación en factores más fáciles de interpretar, algunas veces siguiendo los criterios ya conocidos de la estructura más sencilla.

Desgraciadamente, se plantean a menudo dos problemas que no siempre se disciernen: primero, si después de la rotación la estructura permanece efectivamente ortogonal (siendo los componentes perpendiculares e independientes), las escoras de los factores, por el contrario, no lo son.

Para remediarlo, se hace intervenir generalmente en este estadio un procedimiento de orto-normalización, cuyos resultados, no obstante, arriesgan el no ser sino un artificio matemático, al que el geógrafo intenta desesperadamente encontrar una cualificación verbal. Es entonces cuando surge el segundo problema: las expresiones verbales dadas a supuestos factores independientes están de hecho, a menudo netamente ligadas en el plan conceptual. En numerosos estudios de ecología urbana factorial, por ejemplo, las dimensiones socio-económicas y étnicas actualmente conocidas del espacio urbano aparecen manifiestamente ligadas, por lo menos en el caso de las ciudades americanas. Sin embargo, las estructuras que los geógrafos aplican sobre los supuestos observados son con fre-

cuencia ortogonales y colocadas como independientes. Hay en ello una contradicción que, aparentemente, apenas si ha sido analizada.

Los modelos del análisis factorial no se evocan más que como ejemplo de un dominio en el que, falto de un conocimiento suficiente de las matemáticas y de la geografía, el investigador arriesga encontrarse en un terreno muy peligroso.

El espíritu humano no tiene demasiada facilidad en abusar de sí mismo, y a menudo tiene tendencia a no ver sino lo que quiere ver. Dada la multiplicidad de los programas complejos que el ordenador pone actualmente a su disposición, el geógrafo puede fácilmente caer en la trampa de una interpretación errónea de resultados obtenidos por cálculos matemáticos elementales pero que habitualmente no conoce.

Por el contrario, manejados por investigadores circunspectos y suficientemente advertidos, los métodos de este género han contribuido mucho a esclarecer la estructura de algunos problemas geográficos.

Constituyen también el soporte sobre el que se fundamenta la delimitación de los espacios taxonómicos utilizados para tratar los problemas de clasificación multivariada, estableciendo por este mismo medio un lazo sólido entre el interés que el geógrafo aporta tradicionalmente a la investigación de una clasificación regional lógica, a la vez uniforme y funcional, y un sistema taxonómico mucho más amplio común a todas las ciencias (Sokal y Sneath, 1962, 1963). Estos

análisis multivariados han desembocado igualmente en tentativas muy audaces, que tenían como objeto enlazar estructuras uniformes y funcionales de organización espacial, con la ayuda de los métodos muy próximos de la correlación canónica (Berry, 1966; Gauthier, 1966).

Paralelamente a estas primeras aplicaciones de las técnicas del análisis multivariado, es preciso señalar una serie de tentativas realizadas para elaborar modelos más formales de los procesos geográficos. Inspirándose en el origen de las medidas de más cercana vecindad utilizadas en ecología botánica (Clarks y Evans, 1954), los geógrafos se han puesto a estudiar y a traducir bajo forma de modelos los procesos que subtienden y engendran los esquemas de organización espacial — habitualmente, sistemas de lugares centrales en regiones agrícolas suficientemente uniformes y homogéneas (Dacey, 1964). La abundante masa de documentación que se ha constituido en este dominio representa uno de los muy raros aportes originales en el que la teoría geográfica y las matemáticas mismas pueden enorgullecerse (Dacey, 1966). No obstante, las dificultades de interpretación y los problemas de escala geográfica no han tardado en manifestarse: los resultados de las medidas de repartición de los puntos en el espacio son eminentemente función de la escala de las observaciones, es decir, de la finura de las mallas de la cuadrícula espacial aplicada sobre el mapa. Otro problema: un gran número de procesos diferentes puede engendrar sistemas de puntos parecidos, o apenas distinguibles, de manera que con frecuencia es extremadamente difícil decidir cuál es el modelo más probable de tal o cual distribución efecti-

vamente observada (Harvey, 1967; Olson y Persson, 1968).

A pesar de las dificultades teóricas que esto comportaba, los trabajos de formalización matemática de los procesos de repartición de puntos en el espacio han incitado a los geógrafos a considerar las distribuciones y las estructuras espaciales que les eran familiares bajo el ángulo nuevo del cálculo de probabilidades. No es por accidente que se deba algunos de sus prolongamientos teóricos más audaces a un hombre que había formulado sus propios modelos de flujos agrícolas en el lenguaje probabilista de la teoría de las filas de espera (Curry, 1962) b). Su tesis consistía en que un cambio de clima interviniendo en gran escala podía considerarse como la resultante de pequeños acontecimientos que se producían de modo aleatorio, y él ha defendido una proposición teórica similar para construir un modelo de sistema de lugares centrales concebido como una economía espacial aleatoria (Curry, 1964).

Actualmente, las leyes matemáticas y los modelos, en adelante mejor conocidos, de la teoría de las filas de espera se utilizan corrientemente para formalizar los problemas de congestión que aparecen en ciertos puntos críticos, ocupando una posición nodal en las redes geográficas (Gould, 1963), y se acude al ordenador para tratar los diferentes problemas de ritmos de llegada aleatorios, por ejemplo, para la localización de los servicios de ambulancia en una ciudad. (Monroe, 1974).

Siguiendo una inspiración más normativa y más determinista, algunos investigadores han efectuado también aplica-

ciones geográficas de la programación lineal (Morrill, 1959), tanto para estudiar los modos de organización espacial observados, y así sugerir soluciones más eficaces (Yeats, 1963), como para analizar los esquemas espaciales de las corrientes de circulación de productos (Morrill y Garrison, 1960). Se ha constatado, por ejemplo, que era posible realizar cada año economías considerables en los transportes escolares de las regiones rurales, mediante ligeras modificaciones en las llegadas a las escuelas para ponerlas de acuerdo a una solución óptima obtenida por programación lineal. Del mismo modo se han estudiado las localizaciones óptimas de hospitales en un país en desarrollo (Gould y Leinbach, 1966), teniendo en cuenta la eficacia de numerosas posibilidades combinatorias diferentes. Otra aplicación, extremadamente original y audaz, de estos modelos han sido utilizados para buscar el grado de optimización de la producción entre los productores de una vasta región agrícola de Suecia. Comparando las soluciones óptimas dadas por la programación lineal con la producción efectiva de los cultivadores, se ha podido confeccionar una carta representando el grado de la no-optimización, o de "satisfacción" (Simon, 1957), lo que ha originado vastos problemas de variaciones espaciales del comportamiento subóptimo, en parte debidos a las variaciones de los flujos de información. Los métodos normativos de este género, así como ciertas aplicaciones más elaboradas en programación geométrica (Dinkle et al. . . , 1973; Duffin et al. . . , 1967), son en el presente de uso corriente en la investigación geográfica y a menudo empleados como sub-programas para la elaboración por ordenador de modelos geográficos más

complejos (Goodchild y Massam, 1969; Senior y Wilson, 1974).

Las dificultades matemáticas, el ordenador y la simulación

Buscando cada vez más el modo de traducir los procesos espaciales en toda su complejidad bajo forma de modelos, los geógrafos han chocado con problemas matemáticos de extrema dificultad. Algunos resisten a todo análisis ya sea porque es imposible definirlos matemáticamente con bastante rigor, ya sea porque nadie sabe como resolverlos. Es la razón por la que los geógrafos no han dudado en análogas circunstancias dirigirse hacia las técnicas de simulación, especialmente a la de Monte-Carlo, y con frecuencia acudir a potentes ordenadores.

El ordenador ha abierto literalmente a la geografía amplios campos de investigación en los que se inscriben actualmente algunos interrogantes de importancia.

De hecho, los estudiantes e investigadores han comenzado a plantearse problemas que hace veinte años habrían sido inconcebibles.²

Hägerstrand,³ fue el primero en indicar la vía de las técnicas de simulación, particularmente la de Monte-Carlo, para resolver estos problemas matemáticos, y sus métodos no han tardado en ser adaptados para permitir la construcción de modelos de otros procesos de difusión espacial: extensión de un ghetto étnico en una ciudad americana (Morrill, 1965 a), progresión de la franja urbana (Morrill, 1965 b), o desarrollo de los

transportes, de la urbanización y del éxodo rural (Morrill, 1965 c), por no citar nada más que algunos ejemplos.

Actualmente, se utilizan estas técnicas en enlace con terminales de ordenador, tal como la pantalla catódica, para filmar al ralenti simulaciones espaciales dinámicas (Longfellow, 1973; Williams et al. . ., 1974).

La simulación de las migraciones cuyo escenario fue el Pacífico Sur desde los primeros años de la humanidad, ofrece un ejemplo típico de solución a una dificultad matemática imposible de superar. Las opiniones están muy divididas sobre el problema de saber si las travesías en balsa eran realmente posibles y cual ha podido ser el papel de tales viajes en los orígenes de numerosas poblaciones polinésicas y micronésicas. Para dar cuenta del proceso, los geógrafos han construido una cuadrícula dividida en casillas de cinco grados representando el océano Pacífico, y a continuación han almacenado en memoria una gran cantidad de datos relativos a las diversas probabilidades de fuerza y dirección de los vientos y de las corrientes (Levinson et al., 1971). Si es evidentemente imposible de realizar la experiencia que consistiría en lanzar al mar verdaderas balsas (almadrás), llevando a bordo seres vivientes para después registrar la proporción de éxitos y fracasos, es por el contrario perfectamente posible efectuar millares de ensayos en la memoria central de un ordenador, simulando por el método de Monte-Carlo el comportamiento espacial aleatorio de cada balsa bajo diversos contratiempos. Los resultados así obtenidos han aportado importantes esclareci-

mientos sobre los itinerarios de las migraciones y parecen haber reglado definitivamente algunos interrogantes relativos a los posibles orígenes del poblamiento de Nueva Zelanda.

El ordenador también ha permitido al geógrafo dominar las dificultades de la construcción de cartas, así como los problemas de localización óptima de instalaciones múltiples, que exceden ampliamente las capacidades de cálculo o las facultades de análisis del espíritu humano. Gran número de cartas utilizadas actualmente en Suecia para la planificación nacional se establecen por ordenador. Así es como la carta que representa el "paisaje del bienestar" nacional superficial bordeada de un contorno que indica la duración de los trayectos que un individuo debe efectuar para tener acceso a toda una serie de servicios — médicos, odontológicos, cursos para adultos, bibliotecas, públicas, etc.—no podía ser dibujada excepto con la ayuda de ordenadores, únicos capaces de efectuar los millones de operaciones sencillas, pero fastidiosas, que eran necesarias (ERU, 1970). Del mismo modo, es en gran medida gracias a la creciente potencia y a la multiplicación de grandes ordenadores como han podido ser puestos a punto en Suecia algoritmos heurísticos de localización múltiple (Nordbeck y Rystedt, 1972; Törnquist, 1963). Actualmente, estos ordenadores se utilizan no solamente en Suecia para la planificación nacional y la de las empresas sino también a escala internacional (Törnquist et al. . ., 1971), como se trata con frecuencia de algoritmos heurísticos, que no bastarían para resolver los problemas combinatorios insuperables que plantea este tipo de soluciones matemáticas, el or-

denador ha jugado también un papel capital en la investigación sobre las propiedades de ciertos problemas geográficos, tales como las preguntas de mínimos locales, la evolución de las soluciones en función de los cambios de escala y la determinación de la superficie global de la demanda de espacio así como la estabilidad de las soluciones en condiciones de error e imperfección de la información. (Gould et al. . . , 1971).

La posibilidad de disponer de grandes ordenadores ha permitido a los geógrafos, por otra parte, resolver problemas particulares de distribución en estadística inductiva, cuando los trabajos de estadística matemática requeridos hacían falta, o cuando sus resultados no habían sido suficientemente elaborados para ser traducidos en cuadros. En los ejercicios de simulación, con frecuencia es difícil poner a punto instrumentos satisfactorios de medida de la validez de ajuste (Cliff y Ord, 1970), es decir, determinar si los resultados de tal simulación concuerdan bien con la realidad de los hechos. Los autores de un estudio de difusión jerárquica, efectuada con la ayuda de un modelo casi determinista de relaciones entre centros urbanos, han tenido éxito en simular por el método de Monte-Carlo secuencias aleatorias de ciudades que han adoptado la innovación y, de esta manera obtener la distribución de una estadística que mida la validez de las estimaciones. Así ha podido precisarse la aptitud del modelo para predecir la dirección efectiva de la difusión de la innovación (Gould y Huang, 1974).

De la misma manera, en un estudio de las cartas mentales de los niños ha si-

do necesario especificar lo que constituía una verdadera "señal", desde el punto de vista colectivo, en una situación en la que manifiestamente intervenían muchos "ruidos de fondo" aleatorios. Por esto, fue preciso determinar las distribución más probable de los valores propios de los componentes de matrices especiales del orden $m \times n$, siendo los parámetros funciones desconocidas de m y de n . Como no existen tablas más que para valores muy débiles (Pillai, 1964), se ha recurrido a los métodos de simulación para paliar esta ausencia (Gould, 1974).

Aunque el acrecentamiento considerable de la capacidad y potencia de los ordenadores haya permitido a la investigación extender ampliamente su dominio, no es nunca difícil, en investigación geográfica, alcanzar muy rápidamente los límites de lo posible o de exceder los límites presupuestarios por generosos que sean. Bastarán dos ejemplos. Ciertas propiedades de hecho fundamentales de las distribuciones figuradas por los mapas presentan un inmenso interés teórico y las funciones de autocorrelación espacial obtenidas por correlación de los términos de una misma serie a través de diversos períodos sucesivos constituyen un instrumento de medida esencial. Aún si se aplican las transformadas de Fourier, rápidamente calculables, que ya son de uso corriente, el tiempo máquina necesario es a veces considerable. Es en parte lo que ha conducido a los geógrafos de las Universidades de Michigan y de Toronto a experimentar con ordenadores ópticos, que hacen intervenir ondas luminosas paralelas, en lugar de imitar los modos operatorios lineales relativamente lentos del calculador

numérico. Al proyectar al laser un rayo de luz coherente monocromática a través de un transparente de carta o de fotografía aérea, se puede obtener el espectro (la transformada de Fourier de la función de autocorrelación) con la ayuda de un sistema óptico muy simple (Barton y Tobler, 1971; Curry y MacDougall, 1971). Esto permite no solamente economizar mucho tiempo máquina, sino además efectuar, con la ayuda de un cuerpo opaco operaciones de filtraje periódicas y orientadas en varias direcciones; se puede también reconstruir una carta después de haberla filtrado; es verdad, sin embargo, que algunas de estas nuevas aplicaciones están todavía en un estadio experimental.

El segundo ejemplo se refiere a los problemas matemáticos insuperables que se presentan al tratar de reubicar el apasionante problema del "*vasto mundo que no es sino un pequeño pueblo*" en una perspectiva geográfica (Korte y Milgram, 1970; Milgram, 1967). La cuestión consiste en determinar el número de contactos personales requeridos para que dos individuos cualesquiera sean puestos en relación por intermediarios que se conociesen de antemano. Para los doscientos y tantos millones de habitantes con que cuentan los Estados Unidos, por ejemplo, ha sido demostrado que no es preciso en promedio sino cinco "etapas" cifra muy débil, que no es del todo evidente intuitivamente. Los ensayos de simulación de tal proceso de comunicación personal directa se revelan como muy difíciles de realizar, pues aún un pequeño "tablero" geográfico de 10x10 casillas alimenta una matriz de eslabones de asociación posibles de 100x100, es decir 10.000 casos.

La determinación de las probables trayectorias bajo limitaciones, de las relaciones individuales y el cálculo de los grados de cabalgamiento entre los contactos con la ayuda de algoritmos de más corto camino se agotan muy rápidamente puesto que el tiempo máquina disponible así como la capacidad de los ordenadores, y la investigación de problemas más amplios, desgraciadamente, es en la actualidad materialmente imposible (Makintosh, 1974).

Los modelos matemáticos y la teoría geográfica

Los problemas geográficos y sus prolongaciones teóricas no son en absoluto matemáticamente insolubles. El impulso casi simultáneo de la informática y las nuevas orientaciones de la geografía han puesto en evidencia una característica bastante curiosa de la geografía contemporánea en relación con otras disciplinas, especialmente con las ciencias físicas y biológicas y, entre las ciencias humanas, la economía, en el momento en que se encuentran en un estadio análogo de su evolución.

Casi se diría que la formación y la investigación geográficas se han "saltado" la fase del aprendizaje del cálculo infinitesimal clásico y de la construcción de modelos deterministas por la que han pasado los especialistas de otras disciplinas.

Algunos podrían sostener que esta matemática del *continuum* no es ya necesaria, puesto que la mayor parte de los problemas geográficos pueden tratarse por la matemática finita del álgebra lineal y de la informática. Es claro que los

geógrafos han pagado cara su ignorancia de este precioso lenguaje matemático, que expresa una visión del mundo particular. Por ejemplo, ciertos procesos aparentemente complejos de poblamiento, como los que se observan en el caso de los pioneros, es posible expresarlos con una notable fidelidad por ecuaciones diferenciales relativamente sencillas y perfectamente deterministas (Webber, 1972 a y b).

Basta con enunciar un pequeño número de hipótesis simples y traducirlas a continuación en expresiones algebraicas enlazando las tasas de variación con algunas variables fundamentales. Cuando las ecuaciones diferenciales se integran, los resultados reproducen con gran fidelidad las observaciones efectivamente registradas. Un poco más complicados, los métodos probabilistas se han empleado también para volver a trazar matemáticamente la secuencia de los acontecimientos (Hudson, 1973).

La construcción de modelos matemáticos extrae una de sus aplicaciones más amplias y más constantemente utilizadas en geografía de los trabajos precursores de análisis de los grandes sistemas urbanos realizados en la Universidad de Leeds (Wilson, 1970, 1974). Estos trabajos se apoyan en gran medida sobre una estrecha analogía con las leyes de la estadística y la mecánica de los cuanta en relación con la cual algunos geógrafos alegarían que se impone en razón del número propiamente inimaginable de estados por los que un gran sistema urbano o regional puede pasar. Es suficiente para convencerse considerar los movimientos de individuos que efectúan múltiples trayectos para realizar diligencias: diez

personas que hicieran éstas en cuatro lugares diferentes podrían engendrar más de un billón (2^{40}) de configuraciones posibles. Ahora bien, las leyes de la estadística nos enseñan que la probabilidad de aparición es mayor para ciertos estados que para otros; también, a falta de otros datos, hay que suponer, en buena lógica, que los sistemas humanos actualmente observables se encuentran en el estado más probable. No es cuestión de examinar aquí a fondo el origen y todas las consecuencias de estas ideas de entropía maximal (Gould, 1972); sin embargo, pondremos de relieve cuatro implicaciones importantes. En principio, la expresión y el tratamiento matemático de estas ideas han, por primera vez, provisto un soporte teórico sólido al modelo de gravitación.

Este modelo geográfico elemental, que ha sido utilizado con tanto éxito en diversos sectores de la investigación, universitaria, aplicada y previsional, reposaba sobre una insegura analogía con la teoría de Newton. Ciertamente, el modelo funcionaba frecuentemente muy bien, pero nadie sabía con exactitud por qué. Los pasos inspirados en la hipótesis de la entropía maximal han demostrado la validez teórica de los datos que sostienen este modelo fundamental de interacción espacial.

En segundo lugar, es preciso subrayar que esta actividad eminentemente matemática como es la construcción de modelos geográficos está íntimamente ligada a la multiplicación de los trabajos empíricos. Quizá no es demasiado exagerado afirmar que, dentro de algunos años, sabremos mucho más sobre la estructura y la dinámica humanas del espa-

ción en la aglomeración urbana de Leeds que en cualquiera otra zona del globo. El soporte de datos necesarios para aplicar, someter a test, ajustar y modificar estas construcciones matemáticas aparentemente abstractas no cesa de evolucionar y la experiencia prueba ampliamente que estos modelos pueden adaptarse de modo que describan con una extraordinaria fidelidad sistemas urbanos tan vastos como complejos, (Batty, 1970 a y b). Tales modelos no tienen nada en común con esas ecuaciones sobrecargadas de índices inferiores y superiores que constituyen la predilección de algunas escuelas de analistas regionales, cuya sola ambición se resume, podría decirse, en agotar por sus notaciones los alfabetos latino, griego, cirílico y hebraico: son herramientas de trabajos prácticos que sirven para comprender y planificar los fenómenos espaciales. En tercer lugar, para que los modelos de entropía maximal reflejen con bastante exactitud la realidad, es preciso que el geógrafo tome en consideración, y formule explícitamente, las limitaciones que actúan sobre los sistemas humanos. Así, estos modelos se preocupan por los grandes esquemas de organización, configuraciones, estructuras y procesos, tanto espaciales como sociales, que modelan el comportamiento humano general a escala global. Es más, si el modelo de tal sistema particular no ofrece una representación satisfactoria, en el sentido que los ajustes no son quizá sino estimaciones imprecisas, surgen dos nuevas cuestiones. En primer lugar, puede ocurrir que las limitaciones no hayan sido correctamente definidas, de modo que el geógrafo es remitido a un nuevo examen de los datos fundamentales del problema. Pero puede haber también una segunda posibilidad: el sistema, tal

como aparece a la observación, puede no estar en el estado más probable, sino en otro, improbable, de desequilibrio parcial que se encamina hacia la configuración más probable. Los plazos necesarios a un sistema cualquiera para poder pasar de configuraciones dislocadas al estado más probable se designan con la expresión "*tiempos de relajación*". Son muy mal conocidos en el caso de los sistemas humanos, pero puede tratarse de una noción importante, pues numerosas colectividades humanas se caracterizan manifiestamente por equilibrios movientes, que dejan por consiguiente prever siempre débiles dislocaciones. Esta noción, por lo demás, permitirá quizá finalmente integrar la amplia suma de conocimientos inspirados en la antigua teoría de la difusión geográfica en esta etapa teórica nueva, puesto que a juzgar por el desarrollo de todos los procesos de difusión, hay lugar para pensar que los sistemas humanos tienden hacia un estado de equilibrio estable y saturado.

Por último, la aplicación de la hipótesis de la entropía maximal ha hecho surgir cuestiones teóricas y filosóficas muy profundas, en la medida en que esto representa, verdaderamente, otra mirada sobre el mundo. Cualquiera que haya asimilado perfectamente las ideas fundamentales sobre las que reposan estos modelos matemáticos, no podría ya nunca más considerar el mundo del mismo modo. ¿Hasta qué punto, por ejemplo, se tiene derecho de examinar todos los sistemas humanos y físicos del espacio como estados extremadamente probables que deben su configuración a una serie de limitaciones (Shreve, 1967, 1969)? Las "*frases de paisaje*" (Chapman, 1974) son actualmente el objeto de tra-

bajos que testimonian una atrevida imaginación, que combinan los métodos de la maximización de la entropía e ideas muy próximas a la teoría de la información para producir los paisajes más probables.⁴

Una de las ventajas que presentan los métodos matemáticos de construcción de modelos geográficos es sacar a la luz, con frecuencia, problemas y contradicciones hasta entonces desapercibidas (Marchand, 1973 a) y algunas veces elucidar las dificultades teóricas y clarificar la interpretación sobre ciertos puntos. Falta poder profundizar todos los ejemplos conocidos, nosotros nos limitaremos a evocar, a título indicativo, por lo que concierne a numerosos estudios geográficos, algunos trabajos recientes que han originado grandes dificultades de interpretación.

El modelo gravitacional, recordémoslo, ha sido ampliamente utilizado en numerosos dominios para elaborar modelos de interacción espacial (migraciones, tráfico aéreo, corrientes de información, llamadas telefónicas, etc.).

De ordinario, el modelo tradicional, o alguna variable próxima de la ecuación fundamental:

$$I_{ij} = K \cdot P_i \cdot P_j / D_{ij}$$

es ajustada empíricamente a una sucesión de datos por aplicación del método de los **menores cuadrados** en la transformación

$$\ln I_{ij} = \ln k + \beta_1 \ln P_i + \beta_2 \ln P_j - \beta_3 \ln D_{ij}$$

Bajo esta forma:

$$I_{ij} = k \cdot P_i^{\beta_1} \cdot P_j^{\beta_2} / D^{\beta_3}$$

el parámetro β_3 es interpretado habitualmente como el efecto de atenuación de la interacción espacial debido a la distancia. No carece de interés poner de relieve que los geógrafos (como otros especialistas) han tenido las mayores dificultades en interpretar estas estimaciones obtenidas empíricamente (Olsson, 1965), en particular cuando han debido comparar estas medidas del efecto "friccional" de la distancia.

Trabajos teóricos recientes han puesto al día los orígenes de estas dificultades anteriores (Curry, 1972) y promovido al mismo tiempo para el futuro cuestiones de conceptualización y de interpretación extremadamente arduas. Sin entrar aquí en todo el detalle de sus consecuencias, podrá formarse intuitivamente una idea de estos problemas escribiendo la función de autocorrelación espacial del mapa de distribución de una población en el seno de la cual pueden producirse ciertas formas de interacción espacial:

$$R(s) = P(x) \cdot P(x + s)$$

Tal función, que se obtiene por correlación de la distribución por sí misma introduciendo diversos retardos s , ofrece una medida fundamental de la estruc-

tura espacial figurada sobre la carta. Por lo tanto, se notará que el modelo gravitacional se puede expresar también por la fórmula:

$$I(s) = P(x) \cdot P(x + s) / f(D)$$

y que si $f(D) = D^{\beta_2}$, para $\beta_3 = 0$, el modelo de gravedad adquiere entonces una forma prácticamente idéntica a la de la función de autocorrelación que mide la estructura de la carta. En otros términos, cada vez que se ajusta un modelo gravitacional a una serie de datos empíricos, la estimación de B_3 , efecto friccional de la distancia, no suministra únicamente una medida del efecto de la distancia sobre el comportamiento humano, sino que además traduce efectos de estructura de la carta irremediablemente confundidos con él. No podría compararse por ejemplo, los efectos de la distancia sobre las corrientes de migraciones cotidianas que caracterizan Washington, París, y Acra, porque las medidas de que se dispone no reflejan únicamente el comportamiento humano en el espacio geográfico, sino también las diferentes estructuras espaciales de la distribución de la población de las tres capitales.

Análogos problemas de comparación se encuentran cuando se trata de adaptar los modelos de entropía maximal de Wilson:

$$I_{ij} = A_i \cdot B_j \cdot O_i \cdot D_j \cdot e^{-\beta C_{ij}}$$

En este ejemplo, la estimación de β está sujeta a los mismos efectos de confusión entre comportamiento y estructura, y desde entonces no se conoce el mo-

do de distinguir los dos elementos. De esta manera, a este viejo modelo cuya utilidad empírica no se trata de demostrar, el análisis matemático no ha aportado, sobre el plano teórico, más que desorden y anarquía.

De la diversidad de los espacios y de las cartas

Uno de los efectos más felices que tendrán la utilización y la importancia crecientes de las matemáticas en la geografía contemporánea es el interés que se le ha concedido a este instrumento tan antiguo y tan particular de la geografía como es el mapa.

La carta ha jugado siempre un papel esencial como medio de ilustración y como instrumento de análisis y, en este sentido, ofrece un modelo, ciertamente muy simple, pero muy verdadero del mundo.

Paralelamente, la geografía ha enriquecido y ampliado su concepción del mapa y de su ejecución para aproximarlos a definiciones matemáticas más operantes. En la medida en que toda representación cartográfica es el resultado de una simplificación, de una abstracción y de una reducción altamente selectivas del mundo real, constituye un modelo, o una aplicación homomorfa y subjetiva.

Este género de representación está también muy estrechamente emparentado con la noción matemática extremadamente general de filtro (Hammer 1969), que permite comprender que los mapas, como muchos modelos y métodos matemáticos aparentemente inconexos, no son en realidad más que dife-

rentes aspectos superficiales de una misma idea subyacente, más profunda tal vez, estrechamente ligada a los procesos cognoscitivos del espíritu humano (Downs y Stea, 1973).

Esta revolución paralela de la cartografía que, dejando a un lado los métodos tradicionales del trazado de mapas y de la compilación de atlas se caracterizan por un esfuerzo de auténtica investigación, se debe prácticamente a la influencia de un solo hombre (Tobler, 1961). Corrientemente se admite hoy día que el ordenador ha revolucionado la cartografía, y es evidente que gran número de sus progresos no han podido realizarse más que gracias a la puesta a punto de máquinas potentes y rápidas (Gould, 1970). No es necesario señalar que los aspectos mecánicos de la cartografía son para la mayoría muy simples y que están ligados a los avances de la R-D en informática.

No son apenas más que prolongaciones intelectualmente bastante insignificantes del trabajo fastidioso y ampliamente rutinario de compilación y de trazado que siempre ha sido lo específico en la confección de cartas. Por el contrario, la óptica absolutamente nueva que es hoy la cartografía reposa sobre un conjunto de ideas y audaces investigaciones, que han demostrado todo el valor de una aproximación específicamente espacial de los problemas. Las cuestiones de filtraje de los mapas con la ayuda de los filtros pase-alto o pase-bajo (Tobler, 1967-1969), dependen del acrecentamiento de la capacidad de cálculo de los ordenadores, si bien todo se apoya sobre la idea, muy original de que se trata de

descomponer un mapa en elementos más sencillos y más fundamentales.

Tratando de representar las distribuciones observadas en un mundo esférico en tres dimensiones sobre la superficie plana de la hoja de papel que no tiene sino dos, los geógrafos siempre se han interesado en las proyecciones cartográficas. Han concebido nuevas para necesidades particulares (Kolars y Nystuen, 1974,; Tobler, 1973), de las que muchas ahora están totalmente automatizadas gracias a bancos de datos que acumulan en memoria millares de localizaciones. Es posible obtener del ordenador con una carta-parámetro docenas de proyecciones y los tabuladores automáticos pueden efectuar trazados al décimo de milímetro. Paralelamente se han puesto a punto técnicas de regresión especiales (Tobler, 1965), para estudiar, no solamente los problemas de correlación de los puntos en el plano sino también las proyecciones cartográficas antiguas, cuyos fundamentos matemáticos permanecen desconocidos (Tobler, 1966).

En un sentido, los métodos matemáticos modernos de la cartografía permiten remontarse a través del tiempo hasta conocer lo que se ha perdido a causa de la negligencia de las generaciones ulteriores.

Desde su mismo origen, las proyecciones cartográficas representan transformaciones matemáticas del espacio geográfico. Esta idea, antigua y fundamental, es la que subyace algunos de los prolongamientos más curiosos de la investigación cartográfica directamente relacionados a los problemas geográficos. Las investigaciones realizadas en este do-

minio hacen con frecuencia llamado a programas de tratamiento de la información puesta a punto en el origen para el análisis de escala multidimensional (Kruskal, 1964), técnica que consiste en crear espacios cuyo número de dimensiones es variable y en las que los puntos son localizados o resaltados de tal modo que las distancias que los separan representan tan exactamente como es posible

Ahora bien, de hecho, en la mayoría de los casos y especialmente si uno quiere entregarse a especulaciones atrevidas sobre el porvenir de Europa, el espacio geográfico convencional no es quizá del todo el que conviene retener. Supongamos una matriz triangular de los países de Europa en la que se hacen aparecer los flujos medios por habitante de sus intercambios postales: estos índices

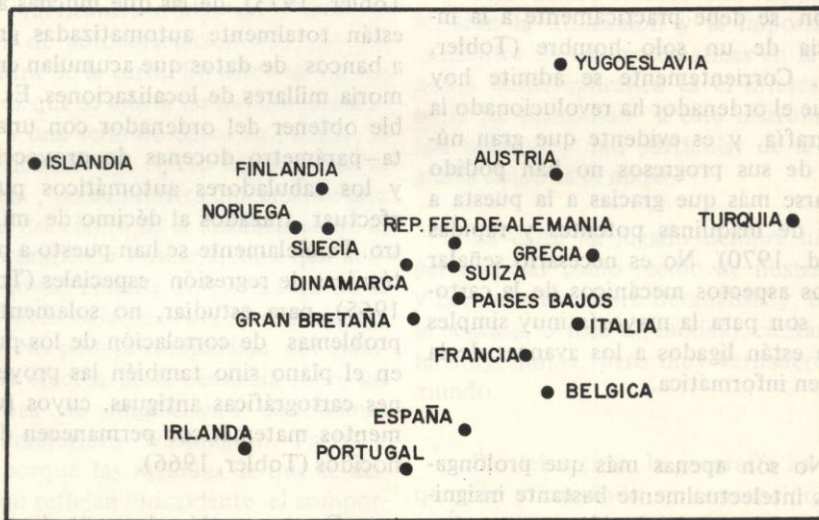


Fig. 1 La configuración de Europa en el espacio postal.

D/L.N.Arroyo

un conjunto de índices de "similitud" ⁵. Como la producción de este tipo de mapas, en los que figuran espacios bastante abstractos, corre el riesgo de que parezca extraña e insólita, examinaremos cuatro ejemplos muy diferentes.

Nos imaginamos normalmente a Europa tal como se la representa en el mapa tradicionalmente familiar a todos los escolares y, en cierto sentido, se nos ha enseñado que es ésta una representación de la "auténtica realidad".

de "similitud" pueden ser utilizados sobre ordenador como datos de entrada de un programa de cuadrado destinado al análisis en componentes de escala multidimensional y permitir obtener de este modo un mapa del "espacio postal" europeo (Fig. 1).

En el centro de este espacio figuran la República Federal Alemana, Suiza, los Países Bajos y Gran Bretaña. Dinamarca está próxima, como si, rompiendo sus ligaduras tradicionales con los países nórdicos, fuese atraída hacia el centro de es-

ta nueva Europa. Francia se encuentra ligeramente desviada, pero ocupa una posición de placa giratoria en el interior de un creciente formado por los países del mismo origen lingüístico (Gould, 1973 a). Irlanda se sitúa muy lejos en la periferia, atraída hacia Gran Bretaña, pero separada del resto de Europa, en una posición parecida a la de Islandia con relación a los países nórdicos. Turquía se sitúa también, como podía esperarse, en la periferia, siendo los países, más próximos Grecia e Italia. A falta de ser clásico, semejante mapa ofrece quizá, para el estudio de ciertos aspectos europeos, una configuración mucho más pertinente y estimulante para el espíritu.

El mismo procedimiento ha sido utilizado para medir los índices de "similaridad" botánica de un cierto número de islas del Pacífico Sur (Tobler, et al. 1970) y levantar un mapa del "espacio botánico" de la región haciendo aparecer relaciones de distancia características, muy diferentes del modelo ofrecido por el mapa tradicional (Fig. 2).

Este tipo de cartas, construidas en espacios más abstractos, pero adaptadas al tema estudiado, ha esclarecido cuestiones importantes en cuanto a los mecanismos de dispersión de las plantas.

Problemas de "predicción" arqueológica han sido también explorados por métodos análogos (Tobler y Weinberg, 1971). Se han codificado tabletas babilónicas cubiertas de inscripciones cuneiformes para obtener índices de "similaridad" entre ciudades antiguas, a partir de la intensidad de sus corrientes de intercambio, tal como surgiría del registro de sus transacciones comerciales. Admitien-

do ciertos efectos de decadencia debidos a la distancia según un modelo gravitacional simple, ha sido posible transponer estas medidas sencillas bajo la forma de un mapa. (Fig. 3). Es una tentativa de predicción geográfica pura, pues actualmente, son conocidos solamente tres sitios de ciudades correspondientes a los de Akkua, Hattus y Kanis. Sin duda sería preciso todavía verificar el valor de las otras predicciones, pero esta experiencia lleva al menos a pensar que zonas hasta ahora descuidadas por los arqueólogos merecerían quizás ser exploradas más a fondo.

Por otra parte, algunos geógrafos están interesados en las transformaciones mentales que el individuo hace sufrir al espacio cuando intenta informarse sobre una región desconocida. De un lado, el "conocimiento" de una ciudad varía considerablemente según la localización, los tipos de desplazamiento y la clase social (Hobkirk, 1974; Orléans, 1967); de otro, distintos individuos deforman el mapa real diferentemente sin darse cuenta (Golledge y Rivizzigno, 1974). En una ciudad americana (Fig. 4), todas las personas interrogadas con ocasión de un sondeo tenían tendencia a "acortar" las distancias en el caso de las zonas que les eran mal conocidas.

También se manifiestan, en este género de transformaciones mentales, exageraciones de distancias muy cortas, así como una tendencia a comprimir el centro de la ciudad. A pesar de su carácter todavía experimental, estos ensayos de cartografía de las transformaciones mentales del espacio suscitan cuestiones estimulantes sobre las imágenes geográficas que cada uno se fabrica mentalmente.

la nueva Europa. Francia se encuentra a la distancia según un modelo geográfico de las islas del Pacífico Sur (Según Tobler, Mielke y Derwyler, 1970).

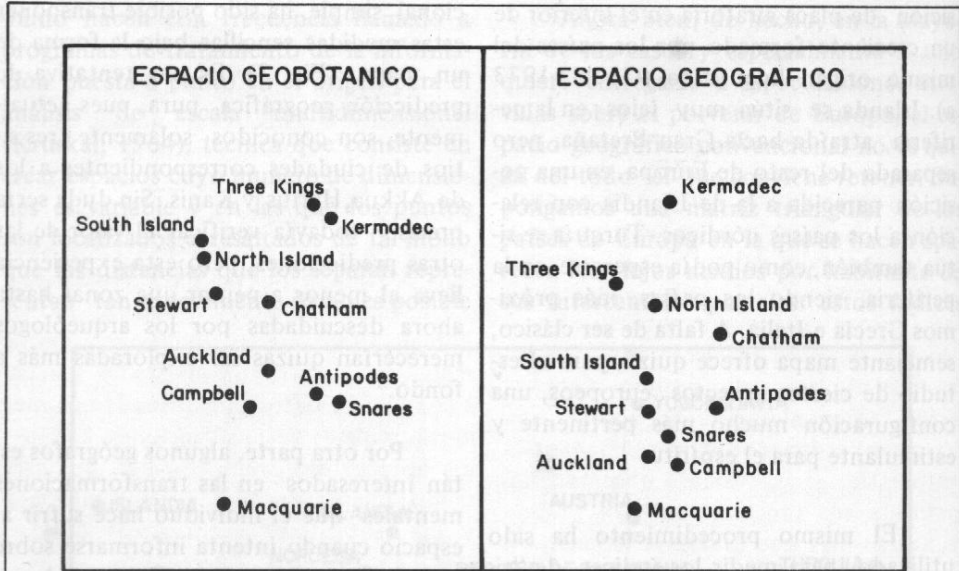


Fig. 2 Comparación de los espacios geobotánicos y geográficos de algunas islas del Pacífico Sur (Según Tobler, Mielke y Derwyler, 1970).

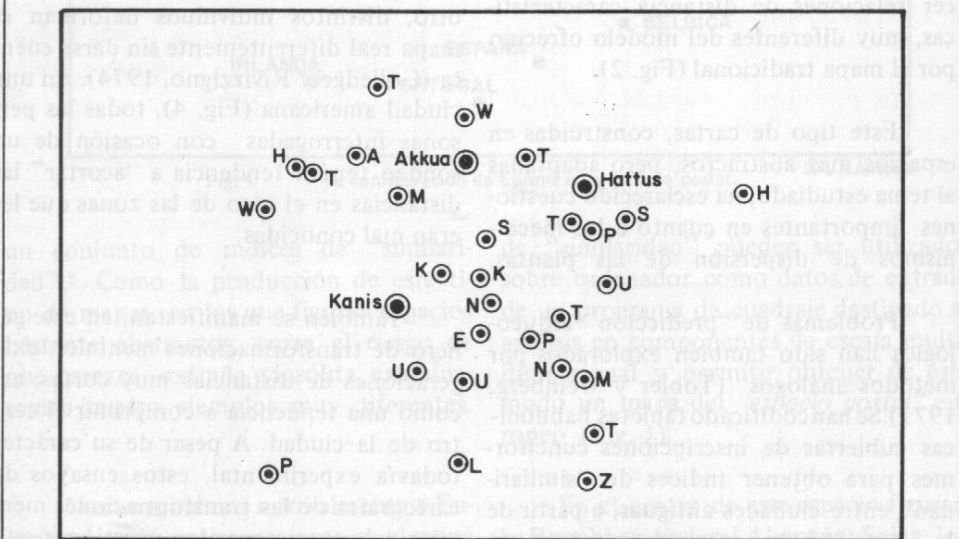
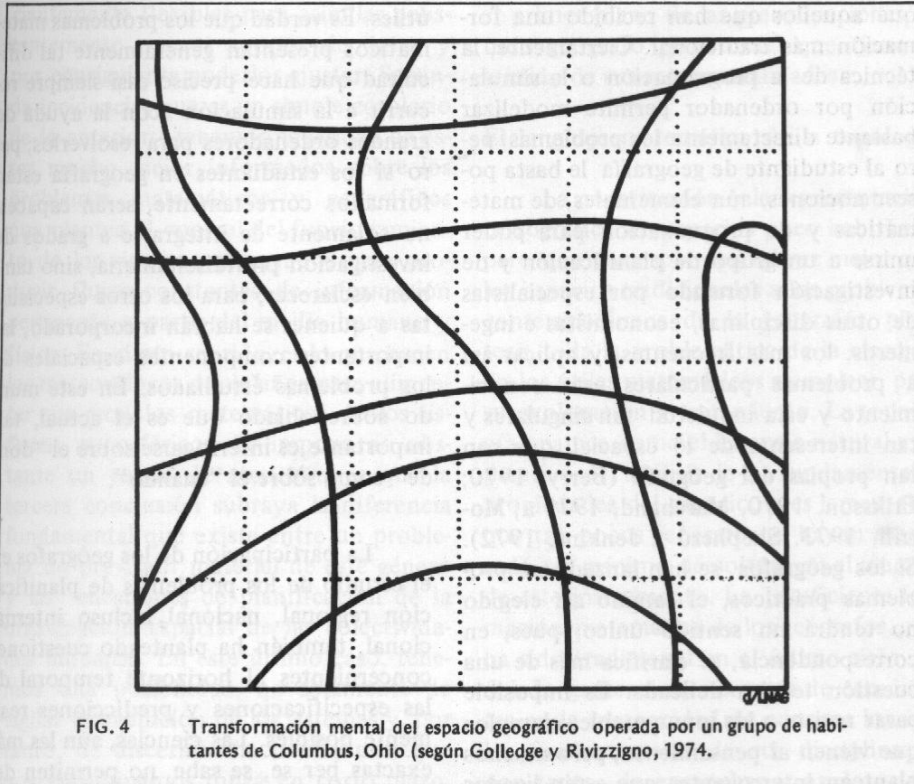


Fig. 3 Carta de las localizaciones de eventuales lugares arqueológicos en el espacio de las transacciones comerciales babilónicas (Según Tobler y Weinberg, 1971).



Se ha recurrido igualmente a este tipo de métodos para estudiar las distorsiones espacio-temporales de una zona de migraciones cotidianas situada en la periferia de una ciudad, después de la construcción de una autopista (Kilchenmann, 1973; Weir, 1974). La nueva carretera modifica la intensidad espacial del mapa, que se contrae irregularmente en el espacio a medida que los tiempos de trayecto se reducen desigualmente.

Sea lo que fuere, las distancias — tiempo entre los diferentes lugares que indica tal mapa ofrecen quizá a los urbanistas y a los planificadores regionales un cuadro mucho más fiel de la realidad

que el mapa clásico representado en un espacio geográfico que no ha sufrido distorsión alguna.

Las aplicaciones matemáticas

Es necesario poner de relieve que muchos geógrafos que han estado asociados a los progresos de las matemáticas han sido igualmente muy activos en el dominio de la planificación y de la investigación aplicadas (Berry, 1963; Berry et al., 1968, Garrison et al., 1959). No cabe duda que los geógrafos que poseen los rudimentos del análisis cuantitativo son capaces de contribuir en mayor grado a la solución de los problemas concretos

que aquellos que han recibido una formación más tradicional. Ciertamente, la técnica de la programación o la simulación por ordenador permite modelizar bastante directamente los problemas, pero al estudiante de geografía le basta poseer nociones, aún elementales, de matemáticas y de programación para poder unirse a un grupo de planificación y de investigación formado por especialistas de otras disciplinas, economistas e ingenieros, los más frecuentes, y aplicar así a problemas particulares este conocimiento y esta inquietud tan singulares y tan interesante de lo espacial, que son tan propias del geógrafo (Berry, 1970; Eriksson, 1970, Marchand, 1975 a; Morrill, 1973. Shepherd y Jenkins, 1972). Si los geógrafos se han lanzado en problemas prácticos, el camino así elegido no tendrá un sentido único, pues, en correspondencia, se clarifica más de una cuestión teórica delicada. Es imposible pasar revista a los innumerables ejemplos que vienen al pensamiento, pero muchos plantean interrogantes que están ligados a diversos aspectos de la previsión regional (Chisholm et al., 1971). La previsión, en el sentido en que se entiende de ordinario, implica normalmente la estimación de proyección en el tiempo, y los problemas análogos que se plantean en el espacio hace muy poco que llaman la atención (Curry, 1971). Nuestro saber y nuestro entendimiento viven en una desesperante indigencia, y la óptica espacial no parece haber adquirido todavía derecho de ciudadanía en los ensayos, aún los más elaborados, de previsión de las futuras trayectorias de los macrosistemas (Forrester, 1971; Meadows et al., 1972). Sin embargo, es en el análisis de los grandes sistemas donde la actual geografía puede encontrar uno de sus papeles más

útiles. Es verdad que los problemas matemáticos presentan generalmente tal dificultad que hace preciso casi siempre recurrir a la simulación con la ayuda de grandes ordenadores para resolverlos; pero si los estudiantes en geografía están formados correctamente, serán capaces, no solamente de integrarse a grados de investigación pluridisciplinaria, sino también esclarecer, para los otros especialistas a quienes se habrán incorporado, las importantes componentes espaciales de los problemas estudiados. En este mundo sobrepoblado que es el actual, tan importante es interrogarse sobre el "dónde" como sobre el "cuándo".

La participación de los geógrafos en el estudio de los problemas de planificación regional, nacional, incluso internacional, también ha planteado cuestiones concernientes al horizonte temporal de las especificaciones y predicciones realmente posibles. Las ciencias, aún las más exactas per se, se sabe, no permiten determinar sin error las componentes de un sistema (Linhart, 1973). Abstracción hecha de trastornos imprevisibles que sobrevendrán en el futuro, a medida que un sistema evolucione con el tiempo, los márgenes iniciales de error aumentan y difunden una ola de incertidumbre a través de sus componentes. Aparece un cierto estado en el que no se puede predecir la trayectoria futura, pues se ha alcanzado la fase de la ignorancia. Se desconoce casi todo sobre tales fases en lo referente a los sistemas humanos y geográficos excepto que son, probablemente, bastante breves.

Podemos deducir tres consecuencias: primeramente, nosotros tenemos necesidad de modelos matemáticos sufi-

cientemente flexibles para asimilar constantemente nuevos aportes de datos y por consiguiente poderlos ajustar. Segunda incidencia, que es un simple corolario de la anterior: tenemos necesidad de estar mucho mejor informados sobre los problemas matemáticos y geográficos que plantea el control del funcionamiento de los sistemas observados para producir flujos constantes de información pertinente a partir del medio humano y físico. En cierto sentido, es lo que hacen los meteorólogos desde años para alimentar sus modelos matemáticos de los sistemas atmosféricos. Se impone no obstante un toque de atención, ya que la tercera conclusión subraya la diferencia fundamental que existe entre un problema de previsión material de este género y las cuestiones de planificación de la organización espacial de las colectividades humanas. En este último caso, tenemos una posibilidad, no solamente de vigilar la evolución de los sistemas y, por tanto, de discernir hacia el punto que nos encaminamos quizá en corto plazo, sino también elegir objetivos hacia los que podemos intentar dirigirnos (Sou, 1972). Es entonces cuando aparece la importancia crucial de la teoría del control, cuya base matemática es con frecuencia tan compleja como rica. Si los geógrafos desean asociarse a los decisivos procesos que conducirán las sociedades humanas hacia objetivos más dignos de su condición, y por consiguiente hacia las estructuras espaciales concomitantes, es necesario que los futuros estudiantes adquieran los rudimentos del lenguaje matemático. No es posible analizar aquí las consecuencias que esto implicará para la formación de los geógrafos (Chorley, 1973; Gould, 1973 b), pero son problemas que deben figurar actualmente en

el primer plano de las preocupaciones de todo geógrafo profesional que tiene el sentido de sus responsabilidades.

El lenguaje matemático de la topología

La construcción y la representación cartográfica de espacios poco habituales pero que corresponden tal vez mejor que los espacios tradicionales a los problemas contemporáneos de la geografía, plantean toda la problemática de la elección de los útiles matemáticos a emplear para su exploración y tratamiento. La topología aparece como el lenguaje natural y operativo del análisis de las fundamentales propiedades del espacio, y es lamentable que tan pocos geógrafos se hayan asegurado un mínimo de soltura en el manejo de este instrumento. La insuficiente formación matemática de los geógrafos, que ha sido tradicional en el último siglo, ha dejado generaciones enteras de estudiantes en la incapacidad de conocer los útiles fundamentales de sus disciplinas y por tanto, de ensanchar y explorar sus posibilidades de profundizar en el análisis teórico.

Las primeras tentativas de aplicación a la geografía de las nociones de la topología datan del análisis de las redes de transporte (Kansky, 1963), quien hacía intervenir los elementos fundamentales de la teoría de los grafos para medir la accesibilidad, o los grados de "conectividad", de los nudos de una red (Berge, 1958). Fue una época en que los geógrafos esperaban encontrar en estos métodos instrumentos de medida que suministraría resultados útiles susceptibles de ser interpretados, pero se ha comprobado actualmente que en la mayor parte de los casos, estaban inmersos en un círculo vi-

cioso. Las medidas sacadas de los análisis formales de la teoría de los grafos no podían interpretarse más que a condición de relacionar variables de las que ya se sabía que describían las propiedades nodales de algunas ciudades sobre redes viales o aéreas y, una vez desvanecido el primer entusiasmo, poco resultados válidos parecen haber resistido el tiempo, si se exceptúan algunos raros ejemplos pedagógicos muy sencillos.

Dejando de lado este círculo vicioso que ha sido ampliamente responsable, la decepción suscitada desde el comienzo por lo métodos elementales provenientes de la teoría de los grafos se explica por otros dos factores. Primeramente, un cierto número de cuestiones teóricas interesantes, que apuntaban hacia los países en vías de desarrollo, han originado problemas combinatorios enormes, a propósito especialmente del desarrollo de las redes de camino bajo diversas limitaciones temporales y presupuestarias. Estos problemas que no han podido resolverse por la teoría de los grafos, ni por los otros métodos de la topología, han sido redefinidos y traducidos en formatos de programación más adecuados, a menudo fijos, cuando las soluciones eran difíciles y exigían de muy grandes ordenadores (Scott, 1971). En segundo lugar, las medidas binarias simples de la teoría de los grafos rechazaban una gran cantidad de preciosas mediciones que el geógrafo tenía a su disposición cuando analizaba una red de carreteras o área real (Garrison y Marble, 1964; Gauthier, 1966). Si las propiedades métricas de una red se conservaban, quizá por ponderación de sus vínculos con los costos o las distancias, los problemas se reformulaban en

tonces realmente en lenguajes matemáticos más apropiados, por ejemplo, la teoría de las cadenas de Markov. Sin querer negar el carácter poco esquemático de todos estos ejemplos, pues es cierto que ningún matemático trazaría líneas de demarcación entre estas materias a menudo estrechamente ligadas, sin embargo, se tiene el derecho de considerar, con perspectiva, que estas primeras investigaciones bastante simplistas han desalentado a los geógrafos para sumirse en las profundidades del análisis topológico.

Nos damos cuenta ahora de todo lo que de esta manera hemos perdido, pues apenas comenzamos a entrever algunas posibilidades que explotar.

Una investigación topológica en regla de algunas propiedades esenciales de la teoría de los lugares centrales ya ha conducido a una seria actualización en favor de algunos de sus postulados implícitos (Marchand, 1973) y el lenguaje de la teoría de los conjuntos aplicada a la topología se comprueba ideal para formalizar algunas hipótesis contenidas en los estudios de percepción a la escala del peatón (Marchand, 1975 b), así como para análisis más filosóficos de los cambios sociales (Marchand, 1974).

Nos percibimos también ahora que los progresos de la tecnología arriesgan modificar fuertemente aún el número y las otras características de dimensión de algunos problemas geográficos, a medida que el espacio geográfico clásico sea sometido a tensiones cada vez más fuertes. En el caso de Venezuela, por ejemplo, se puede considerar válidamente que las extensiones y mejoras sucesivas de la red de carreteras están en situación de

falsear y deformar completamente el espacio nacional. En el curso de los años intermedios al proceso de desarrollo, éste alcanzó un número de dimensiones muy superior a las dos tradicionales del mapa. Estos conceptos topológicos han suscitado serias reservas en cuanto al uso de mapas como medios de representación de los fenómenos geográficos familiares (Marchand, 1973). Una aglomeración urbana, por ejemplo, que posea un viejo centro comercial y un anillo periférico de centros comerciales recientes, parece dotada de una estructura y de una morfología fundamentalmente diferentes a las que caracterizaban las ciudades desde hace cincuenta años. No se excluye por otra parte que en realidad tales diferencias tengan que ver con las dimensiones mayores de las ciudades actuales. Lo que se observa en el mapa tradicional no es quizá más que una proyección en dos dimensiones, deformada y absolutamente falaz, del espacio real.

Estudiando a fondo todas las implicaciones geográficas de los espacios no métricos más débiles de la topología es como estaremos en condiciones de colmar y finalmente suprimir la fosa profunda que separa las llamadas escuelas "cuantitativa" y "cualitativa". Sin contar las nuevas posibilidades que ella ofrecerá de modelizar los fenómenos geográficos en un lenguaje matemático extraordinariamente general y operante, la adquisición de ciertas nociones, aún muy rudimentarias, de topología permitirá a los geógrafos comprender y apreciar los apasionantes trabajos de matemática aplicada que enfrentándose por primera vez a un amplio abanico de problemas, comienzan a esclarecer el sentido mismo del término "estructura" (Atkin, 1972 b,

1973, 1974 a, 1974 b; Atkin et al., 1971). Los problemas tradicionales de la física (Atkin, 1972 a) y de las ciencias sociales (Atkin, 1971, 1974 c) revelan propiedades estructurales idénticas, y el lenguaje topológico del complejo simplicial permite también describir y elucidar la estructura espacial de algunas de las clásicas partidas de ajedrez (Atkin, 1972 c). Se ha demostrado que la estructura humana y espacial de una ciudad o de un pueblo puede provechosamente expresarse en este tipo de lenguaje matemático, y actualmente se aplican en el campo de la medicina para definir y cartografiar la estructura topológica de los servicios médicos destinados a las personas de edad (Gedye, 1973) de sesiones de terapia en grupos de diagnóstico organizadas dirigidas a pacientes atacados de lesiones cerebrales (Gedye, 1972), flujos regionales circulación sanguínea en enfermedades del cerebro (Gedye, 1974 b) y de la evolución de un tratamiento terapéutico medicamentoso en los hogares de los pacientes de edad (Gedye, 1974 a).

A nivel más profundo el análisis geográfico es casi siempre la búsqueda de un esquema de organización y de una estructura, y parece oportuno que ciertos sectores de este vasto dominio que es la topología puedan ofrecerle un lenguaje eficaz que permita enlazar nuevamente la investigación geográfica con algunas grandes corrientes del pensamiento que cada vez tienden más a desbordar las fronteras universitarias establecidas y los campos tradicionales del saber. Se distingue, una última unidad de numerosos problemas de estructura y es particularmente interesante para el geógrafo observar la aparición más y más frecuente de

sus conceptos y expresiones específicamente espaciales en otras disciplinas.

No es la simple manifestación de una estrecha relación analógica, y quizá formal, entre los "mapas" que ofrecen las aplicaciones de la topología de los complejos simpliciales y las extrañas del análisis en componentes de escala multidimensional; está también el hecho que las nociones de región, distancia, vecindad y mapa, así como su expresión gráfica directa, se extienden cada vez más rápidamente en todas las ramas, tanto literarias como científicas. La misma crítica literaria, para expresar relaciones entre diversas tradiciones poéticas (Press, 1969) ha debido recurrir a la carta que se reconoce como expresión simbólica formal de la disociación en un importante estudio sobre la esquizofrenia en la literatura del siglo XX (Vernon, 1973).

El término de "estructuralismo" sirve para designar ciertos pasos intelectuales comunes a disciplinas tan diversas como la lingüística, la antropología, la psiquiatría y la crítica literaria. En su exacto sentido, esta noción implica una firme voluntad de llevar bastante lejos el análisis para poner en evidencia estas estructuras profundas, verdaderamente fundamentales, que enlazan muchos fenómenos aparentemente dispares cuyas conexiones habían, anteriormente, pasado desapercibidas a niveles de reflexión más superficiales (Barthes, 1972; Chomsky, 1965; Jung 1964; Leach, 1972; Lévi-Strauss, 1958; Lyons, 1970). Aunque la palabra se emplee en algunos casos sin mucho rigor y gire algunas veces al tic del lenguaje, cuando expresa un auténtico deseo de evidenciar y construir

estructuras fundamentales, engloba todos los campos de investigación del espíritu humano y revela una unidad del pensamiento del hombre que no se había manifestado desde fines del siglo XIX en Viena, (Janik y Toulmin, 1973). Se trata de un movimiento intelectual que los geógrafos no deberían ignorar, pues su disciplina tradicionalmente ha iraqueado, a menudo un poco superficialmente, es cierto, el abismo que no menos tradicionalmente separa el arte y la ciencia.

Volviendo a dar todo su valor a un lenguaje matemático general y eficaz de la estructura en topología, es posible que los geógrafos estén en disposición de facilitar grandemente la reconciliación de estos dos enemigos. El geógrafo actual tiene tras sí una larga y venerable tradición de exploración y de representación cartográfica del espacio, y quizá no sea utópico esperar que llegará un día en el que su poderosa visión espacial sea captada para su verdadera función: la pasión y el placer intelectuales que se experimenta al ver el mundo a través del original prisma de la espacialidad.

A ejemplo de las generaciones pasadas, que se dirigían al geógrafo para obtener informaciones elementales, pero con frecuencia importantes, sobre los lugares, tal vez las futuras generaciones serán consultadas para tener alguna visión sobre los espacios más nuevos, pero más adecuados, que en adelante caracterizarán a la comunidad humana y los diferentes medios en los que está inserta.

NOTAS

1. El grupo de estudiantes reunidos en torno a William Garrison comprendía: Brian Berry, William Brunge, Michael Dacey, Arthur Getis, Duane Mar-

ble, Richard Morrill, John Nystuen y Waldo Tobler — verdadera pléyade, cuyos miembros todavía dominan, en América, la geografía y las disciplinas con las que se relaciona.

2. Es forzoso admitir que algunos geógrafos siguen experimentando dificultades, aún en la actualidad.
3. Salvo error, los trabajos que habían dirigido hacia finales de los años cuarenta constituyen el primer ejemplo de la aplicación del método de simulación de Monte-Carlo a la gama completa de las ciencias sociales y del comportamiento. Los economistas y los estadísticos irrumpieron en escena un poco más tarde (Orcutt, 1961) y ha sido recientemente que éstos métodos han comenzado a utilizarse corrientemente en sociología, en ciencias políticas, etc.
4. De hecho, los modelos de la teoría de la información pueden derivarse directamente de los modelos de entropía maximal de Wilson (Wilson, 1970).
5. Las medidas de distancia no deben necesariamente apoyarse en la métrica euclidiana, pueden referirse también a la más general de Minkowski. Cuando $K = 2$ se relaciona con el clásico teorema de Pitágoras de la geometría euclidiana; y cuando $K = 1$, se trata de un espacio cuya métrica se designa con el nombre de "Manhattan", pues las distancias se miden sobre la característica trayectoria en zig-zag del itinerario seguido por el peatón que se desplaza de un punto a otro bordeando los bloques de apartamentos de Nueva York.

BIBLIOGRAFIA

- AJO, Reino. 1953. Contributions to social physics: A programme sketch with special regard to national planning. Lund, C. W. G. Gleerup.
- . 1955. An analysis of automobile frequencies in a human geographic continuum. Lund, C. W. G. Gleerup.
- ATKIN, Ronald. 1972a. From cohomology in physics to Q-connectivity in social science. *International journal of man-machine studies*, vol. 4.
- . 1972b. Urban structure. University of Essex Urban Structure Research, report I.
- . 1972c. Multidimensional structure in the game of chess. *International journal of man-machine studies*, vol. 4.
- . 1973. Mathematics of structure. University of Essex Urban Structure Research, report II.
- . 1974a. A study area in Southend-on-Sea. University of Essex Urban Structure Research, report III.
- . 1974b. A community study, The University of Essex. University of Essex Structure Research, report IV.
- . 1974c. Mathematical structure in human affairs. Londres, Allen & Unwin.
- ; BRAY, R. 1971. Data consistency and structure in social science. Colchester, Department of Mathematics.
- ; JOHNSON, J.; MANCINI, V. 1971. An analysis of urban structure using concepts of algebraic topology. *Urban studies*, vol. 8.
- BARTHES, Roland. 1972. *Mythologies*. Londres, Jonathan Cape.
- BARTON, B.; TOBLER, Waldo. 1971. A spectral analysis of innovation diffusion. *Geographical analysis*, vol. 3, n° 2, april.
- BATTY, Michael. 1970a. Models and projections of the space economy: A sub-regional study in Northwest England. *Town planning review*, vol. XLI, n° 2, mars.
- . 1970b. An activity allocation model for the Nottinghamshire-Derbyshire Subregion: *Regional Studies*, vol. 4, n° 3, october.
- BERGE, Claude. 1958. *Théorie des graphes et ses applications*. Paris, Dunod.
- BERRY, Brian. 1963. Commercial structure and commercial blight. Chicago, Department of Geography Research Series, n° 85.
- . 1966. Essays on commodity flows and the spatial structure of the Indian economy. Chicago, Department of Geography Research Series, n° 111.
- . 1970. Geography of the United States in the year 2000. *Transactions of the Institute of British Geographers* vol. 51.
- ; PARSONS, Sandra; PLATT, Rutherford. 1968. The impact of urban renewal on small business. Chicago, Center for Urban Studies.
- BURTON, Ian. 1963. The quantitative revolution and theoretical geography, *The Canadian Geographer*, vol. VII, n° 4, october.
- CHAPMAN, Graham. 1973. A search for organizing principles in geographical systems: and the case of time-space redundancy. Newcastle-on-Tyne, IBG Study Group in Quantitative Methods.
- CHISHOLMS, Michael; FREY, Alan; HAGGETT, Peter. 1971. *Regional forecasting*. Londres, Butterworth.
- CHOMSKY, Noam. 1965. *Aspects of the theory of syntax*. Cambridge, Mass., MIT Press.
- CHORLEY, Richard. 1973. *Directions in geography*. Londres, Methuen & Co.
- ; HAGGETT, Peter. 1965. Trend surface mapping in geographical.
- ; ———. 1965. Trend surface mapping in geographical research. *Transactions of the Institute of British Geographers*, n°37.
- CHRISTALLER, Walter. 1966. *Central places in Southern Germany*. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall Inc.

- CLARK, P.; EVANS, F. 1954. Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations. *Ecology*, vol. XXXV.
- CLIFF, Andrew; ORD, Keith. 1970. Spatial autocorrelation: A review of existing and new measures with applications. *Economic geography*, vol. XLVI, n° 4, october.
- . 1971. Evaluating the percentage points of a spatial autocorrelation coefficient. *Geographical analysis*, vol. III, n° 1.
- . 1972. Testing for spatial autocorrelation among regression residuals. *Geographical analysis*, vol. IV, n° 3.
- CURRY, Leslie. 1962.a. The climatic factors of intensive grassland farming. *Geographical review*, vol. LII, n° 2, april.
- . 1962b. Climatic change as a random series. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. LII, n° 1, january.
- . 1964. The random spatial economy: An exploration in settlement theory. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. LIV, n° 2, mars.
- . 1966a. A note on spatial association. *Professional Geographer*, vol. XVIII, n° 2, april.
- . 1966b. Chance and landscape. Dans: HOUSE, J. (dir. publ.). *Northern geographical essays*. Newcastle-upon-Tyne.
- . 1971. Applicability of space-time moving-average forecasting. Dans: CHISHOLM; FREY; HAGGETT, *Regional forecasting*. Londres, Butterworth.
- . 1972. A spatial analysis of gravity flows. *Regional studies*, vol. VI, n° 2, mars.
- ; MACDOUGALL, E. Bruce. 1971. *Statistical spatial analysis and remotely sensed imagery*. Toronto, Department of Geography Research, Report.
- DACEY, Michael. 1964. A family of density functions for Lösch's measurements on town distribution. *Professional Geographer*, vol. XVI, n° 5, september.
- . 1966. A county seat model for the areal pattern of an urban system. *Geographical review*, vol. LVI, n° 4, october.
- DINKLE, J.; KOCHENBERGER, G; SEPPALA, Y. 1973. On the solution of regional planning models via geometric programming. *Environment and planning*, vol. V, n° 3, may.
- DOWNS, Roger; STEA, David. 1973. *Cognitive mapping: images of spatial environments*. Chicago, Aldine Publishing Co.
- DUFFIN, Richard; PETERSON, Elmer; ZENER, Clarence. 1967. *Geometric programming: theory and applications*. Londres et Sydney, John Wiley & So.
- ERIKSSON, Robert. 1970. The spatial behavior of hospital patients. Chicago, Department of Geography Research, paper n° 125.
- ERU. 1970. *Urbaniseringen i Sverige*. Stockholm, Inrikesdepartementet.
- FORRESTER, Jay. 1971. *World dynamics*. Cambridge, Massachusetts, Wright-Allen Press.
- GARRISON, William; BERRY, Brian; MARBLE, Duane; NYSTUEN, John; MORRILL, Richard. 1959. *Studies of highway development of geographic change*. Seattle, University of Washington Press.
- ; MARBLE, Duane. 1964. Factor analytic study of the connectivity of a transportation network. *Papers and proceedings of the Regional Science Association*, vol. XII.
- GAUTHIER, Howard. 1966. Transportation and the growth of the Sao Paulo economy. *Journal of regional science*, vol. VIII, n° 1, january.
- GEDYE, John. 1972. A computer-based aid to self-awareness. University of Essex, Department of Electrical Engineering Science.
- . 1973. The university contribution to the definition of objectives for the disabled. Liverpool, British Psychological Society Conference.
- . 1974a. A research methodology applicable to the study of the therapeutic effects of meclofenoxate in elderly patients. University of Essex, Department of Electrical Engineering Science.
- . 1974b. A zygological analysis of a sample of regional cerebral blood flow data. University of Essex, Department of Electrical Engineering Science.
- GOLLEDGE, Reginald; RIVIZZIGNO, Victoria. 1974. *Learning about a city: Analysis by multidimensional scaling*. Columbus, Ohio, Department of Geography.
- GOODALL, D. 1955. Objective methods for the classification of vegetation. Part 3: An essay in the use of factor analysis. *Australian journal of botany*, vol. II.
- GOODCHILD, Michael; MASSAM, Brian. 1969. Some iterative least-cost models of spatial administrative systems in Ontario. *Geografiska Annaler*, vol. 51.
- GOULD, Peter. 1963. A geographical and queuing analysis of congestion. *East African economic review*, vol. X, n° 2.
- . 1967. On the geographical interpretation of eigenvalues. *Transactions of the Institute of British Geographers*, n° 42.
- . 1970a. Is statistic inferens the geographical name for a wild goose? *Economic Geography*, vol. XLVI, n° 4, october
- . 1970b. Computers and spatial analysis. *Geoforum*, vol. 1, n° 1.
- . 1972. Entropy in urban and regional mo-

- deling. A pedagogic review. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. LXII, n° 4.
- . 1973a. The creation and transformation of spaces by multidimensional scaling. First Lund Conference on Forms and Transformations of European Space.
- . 1973b. The open geographic curriculum. Dans: CHORLEY: *Directions in geography*.
- . 1974. Man in information space: the mental maps and information surfaces of Sweden. Lund, C.W.K. Gleerup.
- ; LEINBACH, Thomas. 1966. An approach to geographic assignment of hospital services. *Tijdschrift voor Economische en Sociale Geografie*, vol. LVII, n° 5, october.
- ; NORDBECK, Stig; RYSTEDT, Bengt. 1971. Data sensitivity and scale experiments in locating multiple facilities. Part III. Dans: TORNQVIST, G. et. al. *Multiple location analysis*.
- ; HUANG, Jui-Chen. 1974. Diffusion in an urban hierarchy: The case of Rotary Club. *Economic geography*, vol. 50, n° 3, october.
- HAGERSTRAND, Torsten. 1953. *Innovationsförloppet ur Korologisk synpunkt*. Lund, Geografiska Institutionen, Lunds Universitet.
- . 1965. A Monte-Carlo approach to diffusion. *Archives européennes de sociologie*, vol. VI.
- HAMMER, Preston. 1969. *Advances in mathematical systems*. University Park, Penn., The Pennsylvania State University Press.
- HARVEY, David. 1967. Some methodological problems in the use of the Neyman Type-A and negative binomial probability distribution for the analysis of spatial point patterns. *Transactions of the Institute of British Geographers*, n° 44.
- HOBKIRK, Alan. 1974. Eastside, westside: Social class images of Vancouver. Dans: Ley. *Community participation and the spatial order of the city*.
- HUDSON, John. 1973. Two Dakota homestead frontiers. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. 63, n° 4, december.
- JANIK, Allan. TOULMIN, Stephen. 1973. *Wittgenstein's Vienna*. New York, Simon & Schuster.
- JUNG, Carl. 1964. *Man and his symbols*. Londres, Aldus Books.
- KANSKY, Karel. 1963. Structure of transport networks: Relationships between network geometry and regional characteristics. Chicago, Department of Geography Research Papers, n° 84.
- KILCHENMANN, André. 1973. Correspondence and comparison of relative-spaces. First Lund Conference on Forms and Transformations of European Space.
- KLOVAN, J. 1968. Selection of target areas by factor analysis. *Western Miner*, vol. XLI, n° 2 february.
- KOLARS, John; NYSTUEN, John. 1974. *Geography: The study of location, culture and environment*. New York, McGraw-Hill Book Company.
- KORTE, Charles; MILGRAM, Stanley. 1970. Acquaintance networks between racial groups: application of the small world method. *Journal of personality and social psychology*, vol. 15, n° 2, mars.
- KRUSKAL, J. 1964. Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit, *Psychometrika*, vol. 29.
- . 1970. *Mathematical sciences and social sciences*. Englewood Cliffs, N. J. Prentice-Hall Inc.
- LANCZOS, Cornelius. 1970. *Space through the ages*. Londres et New York, Academic Press.
- LEACH, Edward. 1972. *Claude Lévi-Strauss*. New York, The Viking Press.
- LEVINSON, M.; WARD, D.; WEBB, J. 1971. *The settlement of Polynesia*. Minneapolis, Minn., University of Minnesota Press.
- LEVI-STRAUSS, Claude. 1958. *Anthropologie structurale*. Paris, Plon.
- LEY, David. 1974. Community participation and the spatial order of the city. Vancouver, B. C. Geographical Series, n° 19.
- LINHART, J. 1973. Uncertainty epidemics among interacting particles. *El Nuevo Cimento*, vol. XIII, n° 2, january.
- LONGFELLOW, John. 1975. *The dynamic map of Wasperanta*. University Park, Penn., Department of Geography Film.
- LYONS, John. 1970. *Noam Chomsky*. New York, The Viking Press.
- MACKINTOSH, Anne. 1974. The small-world problem in a spatial context. University Park, Penn., Department of Geography.
- MARCHAND, Bernard. 1973a. An introduction to the topological analysis of geographical spaces: The topology of central place theory. *Geographical analysis*, vol. V, N° 3, july.
- . 1973b. Deformation of a transportation surface. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. LXIII, n° 4, december.
- . 1974. Quantitative geography: Revolution or counter-revolution? *Geoforum*, n° 17.
- . 1975a. Pedestrian flows around a subway station: A French case study. *Traffic quarterly*, vol. 39, n° 2.
- . 1975b. Pedestrian traffic planning and the perception of the urban environment: A French example. *Environment and planning*, vol. VII, n° 2, mars.
- McCARTY, Harold; HOOK, J.; KNOS, D. 1956. *The measurement of Association in Industrial Geography*. Iowa City, Department of Geography Research, Report I.

- MEADOWS, Dennis; MEADOWS, Donella. 1973. *Toward global equilibrium: Collected papers*. Cambridge, Mass., Wriqth-Allen Press.
- MEADOWS, Donella; MEADOWS, Dennis; RANDERS, Jorgen; BEHRENS, William. 1972. *The limits to growth*. New York, Universe Books.
- MILGRAM, Stanley. 1967. *The small world problem*. *Psychology today*, may.
- MOELLERING, H.; TOBLER, W. 1972. Geographical variances. *Geographical analysis*, vol. IV, n° 1, january.
- MONROE, Charles. 1974. *Spatial forecasting of emergency demand and the efficient location of ambulance facilities*. University Park, Penn., Department of Geography (Ph. D. dissertation).
- MORRILL, Richard. 1959. *A normative model of trade areas and transportation with special reference to highways and physicians services*. Seattle, Wash., Department of Geography (Ph. D. dissertation).
- . 1965a. *The Negro Ghetto: problems and alternatives*. *Geographical review*, vol. IV, n° 3.
- . 1965b. *Expansion of the urban fringe: A simulation experiment*. *Papers and proceedings of the Regional Science Association*, vol. XV.
- MORRILL, Richard. 1965c. *Migration and the spread and growth of urban settlement*. Lund, C. W. K. Gleerup.
- . 1973. *Ideal and reality in reapportionment*. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. LXIII, n° 4, december.
- ; GARRISON, William. 1960. *Projections of interregional patterns of trade in wheat and flour*. *Economic geography*, vol. XXXVI, n° 2, april.
- NORDBECK, Stig; RYSTEDT, Bengt. 1972. *Computer cartography: The mapping system NORMAP and location models*. Lund, Studenlitteratur.
- OLSSON, Gunnar. 1965. *Distance and human interaction: A review and bibliography*. Philadelphia, Regional Science Research Institute.
- . PERSSON, A. 1968. *The spacing of central places in Sweden*. *Papers of the Regional Science Association*, vol. XII.
- ORCUTT, Guy. 1961. *Microanalysis of socioeconomic systems: A simulation study*. New York, Harper.
- ORLEANS, Peter. 1967. *Differential cognition of urban residents: effects of social scale on mapping*. *Science, engineering and the city*, Washington, D.C. National Academy of Engineering, publication n°1489.
- PILLAI, K. C. S. 1964. *On the distribution of the largest seven roots of a matrix in multivariate analysis*. *Biometrika*, vol. LI.
- PRESS, John. *A map of modern English verse*. Londres et New York, Oxford University Press.
- RUSHTON, Gerard; GOODCHILD, Michael; OSTRESH, Lawrence. 1973. *Computer programs for location-allocation problems*. Iowa, City Department of Geography, monographie n°6.
- SCOTT, Alan. 1971. *Combinatorial programming, spatial analysis and planning*. Londres, Methuen & Co.
- SENIOR, M.; Wilson, Alan. 1974. *Explorations and syntheses of linear programming and spatial interaction models of residential location*. *Geographical analysis*, vol. VI, n° 3.
- SHEPARD, J.; JENKINS, M. 1972. *Decentralizing High School Administration in Detroit: An evaluation of alternative strategies of political control*. *Economic geography*, vol. XLVIII, n° 1, january.
- SHREVE, Ronald. 1967. *Infinite topologically random channel networks*. *The journal of geology*, vol. LXXV, n° 2, mars.
- . 1969. *Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks*. *The journal of geology*, vol. LXXVII, n° 4, july.
- SIMON, Herbert. 1957. *Models of man*. New York, John Wiley & Sons.
- SOJA, Edward. 1968. *The geography of modernization in Kenya*. Syracuse, Syracuse University Press.
- SOKAL, R.; SNEATH, P. 1962. *Numerical taxonomy*. *Scientific American*, n° 215.
- . 1963. *Principles of numerical taxonomy*. San Francisco et Londres.
- SOU. 1972. *Att Vålja Framtid*. Stockholm, Justitiedepartementet.
- TAAFFE, Edward et al. 1970. *Geography*. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall Inc.
- TOBLER, Waldo. 1961. *Map transformations of geographic space*. Seattle, Wash. Department of Geography (Ph. D.).
- . 1965. *Computation of the correspondence of geographic patterns*. *Papers and proceedings of the Regional Science Association*, vol. XV.
- . 1966. *Medieval distortions: The projections of ancient maps*. *Annals of the Association of American Geographers*, vol. LVI, n° 2, mars.
- . 1967. *Of maps and matrices*. *Journal of regional science*, vol. 7.
- . 1969. *Geographical filters and their inverses*. *Geographical analysis*, vol. 1, n° 3.
- . 1973a. *Choropleth maps without class intervals*. *Geographical analysis*, vol. V, n°3.
- . 1973b. *The hyperelliptical and other new pseudo cylindrical equal area map projections*. *Journal of Geophysical Research*, vol. LXXVIII, n° 11, april.
- ; MIELKE, H.; DETWYLER, Thomas. 1970. *Geobotanical distance between New Zeland and neighboring islands*. *Bioscience*, vol. VI.

- TOBLER, Waldo; WEINBERG, S. 1971. A A Cappodocian speculation: *Nature*, n° 231.
- TÖRNQVIST, Cunnar. 1963. *Studier i industrilokalisering*. Stockholm, Geografiska Institutionen vid Stockholms Universitet.
- _____; NORDBECK, Stig; RYSTEDT, Bengt; GOULD, Peter. 1971. *Multiple location analysis*. Lund C. W. G. Gleerup.
- VERNON, John. 1973. *The garden and the map: schizophrenia in twentieth century literature and culture*. Urbana, Ill., University of Illinois Press.
- WEBBER, Michael. 1972a. Population growth and town location in an agricultural community: Iowa, 1840-1960. *Geographical analysis*, vol. IV, n° 2, april.
- _____. 1962b. Impact of uncertainty upon location. Cambridge, Mass., et Londres, The MIT Press.
- WEIR, Sandra. 1974. *Topological distortions of a human action space*. University Park, Penn. Department of Geography (M.S. Thesis).
- WILLIAMS, Anthony; LONGFELLOW, John; MONROE, Charles. 1974. *Simulation over space*. Dans: DYKE, Bennet; MACCLUER, Jean. *Computer simulation in human population studies*. New York, Academic Press.
- WILSON, Allan. 1970. *Entropy in urban and regional modelling*. Londres, Pion Limited.
- _____. 1974. *Urban and regional models in geography and planning*. Londres et New York, John Wiley & Sons.
- YEATS, Maurice. 1963. Hinterland delimitation: A distance minimizing approach. *Professional Geographer*, vol. XV.

Traducido del francés por Esther Jimeno.
