



Enseñanza exploratoria de la geometría con software de geometría dinámica y el aprendizaje del profesorado de matemáticas: Una revisión sistemática

Exploratory teaching of geometry using dynamic geometry software and learning of mathematics teachers: A systematic review

Ensino exploratório da geometria com software de geometria dinâmica e a aprendizagem de professores de matemática: uma revisão sistemática

Rafael Enrique Gutiérrez-Araujo^{1*}, Vinicius Pazuch²

Received: Sep/2/2022 • Accepted: Mar/9/2023 • Published: Sep/1/2023

Resumen

[Objetivo] Este artículo analiza la bibliografía relacionada con la investigación de los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas, que asume como objeto el aprendizaje docente, el estudio de prácticas de enseñanza exploratoria o los vínculos entre el uso de software de geometría dinámica (SGD) y la formación profesional. **[Metodología]** Se realizó una metaetnografía de 18 estudios publicados en el período 2001-2021, localizados mediante búsquedas en bases de datos y revistas de educación matemática. El análisis siguió tres etapas: producción de síntesis interpretativas de cada estudio; elaboración de síntesis integradoras, mediante el reconocimiento de convergencias y divergencias, y producción de síntesis finales. **[Resultados]** En líneas generales, la revisión revela que: (a) la concepción de aprendizaje docente predominante es aquella relacionada con la participación de profesorado en comunidades de práctica; (b) la enseñanza exploratoria es compatible con el uso de SGD, y su promoción en procesos formativos suele tener en cuenta el diálogo entre actividades teóricas y prácticas; y (c) el profesorado que comienza a integrar SGD en el aula tiende a desaprovechar las potencialidades de este artefacto para la enseñanza, debido al surgimiento de situaciones contingentes en el transcurso de la clase o a sus convicciones acerca del uso pedagógico de tecnologías digitales. **[Conclusiones]** Entre las conclusiones, se tiene que la integración de SGD en el aula puede lograrse significativamente a través de la toma de conciencia progresiva y crítica del profesorado, sobre los saberes pedagógicos que están detrás de la enseñanza exploratoria en tanto práctica docente.

1 * Corresponding author

Rafael Enrique Gutiérrez-Araujo, rafael.gutierrez0593@gmail.com, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-4003-8324>

Vinicius Pazuch, vinicius.pazuch@ufabc.edu.br, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0001-6997-1110>

1 Universidade Federal do ABC / Associação Aprender em Red, Santo André, São Paulo, Brasil.

2 Centro de Matemática, Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, Santo André, São Paulo, Brasil.



Palabras clave: Educación matemática; formación de docentes de matemáticas; comunidades de práctica; metaetnografía; software de geometría dinámica.

Abstract

[Objective] This article analyzes the literature related to research on continuing training processes of mathematics teachers, whose objectives are teacher learning, the study of exploratory teaching, or the links between the use of dynamic geometry software (DGS) and professional education. **[Methodology]** A meta-ethnography of 18 studies published in the period 2001-2021, encountered through searches in databases and mathematics education journals, was carried out. The analysis consisted of three stages: interpretative syntheses of each study; integrative syntheses, based on the recognition of convergences and divergences; and a final synthesis. **[Results]** In general terms, the review revealed that: (a) the predominant conception of teacher learning is related to participation of teachers in communities of practice; (b) exploratory teaching is compatible with the use of DGS, and its promotion in educational processes usually takes into account the interaction between theoretical and practical activities; and (c) teachers who begin to incorporate DGS into classroom activities may fail to take full advantage of the potential of this instrument for teaching, due to the emergence of unexpected situations during the class, or because of their convictions about the pedagogical use of digital technologies. **[Conclusions]** Among the most important conclusions, it is clear that incorporation of DGS in the classroom can be successfully achieved through teachers' progressive and critical awareness of the pedagogical knowledge that supports exploratory teaching as an educational practice.

Keywords: Mathematics education; mathematics teachers education; communities of practice; meta-ethnography; dynamic geometry software.

Resumo

[Objetivo] Este artigo analisa a literatura relacionada à pesquisa sobre os processos de formação continuada de professores de matemática, que tem como objeto a aprendizagem do professor, o estudo de práticas de ensino exploratório ou as ligações entre o uso de software de geometria dinâmica (SGD) e a formação profissional. **[Metodologia]** Foi realizada uma metaetnografia de 18 estudos publicados no período de 2001 a 2021, localizados por meio de buscas em bancos de dados e revistas de educação matemática. A análise seguiu três etapas: produção de sínteses interpretativas de cada estudo; elaboração de sínteses integrativas, por meio do reconhecimento de convergências e divergências; e produção de sínteses finais. **[Resultados]** Em geral, a revisão revela que: (a) a concepção predominante de aprendizagem docente é aquela relacionada à participação dos professores em comunidades de prática; (b) o ensino exploratório é compatível com o uso de SGD, e sua promoção em processos de formação costuma levar em conta o diálogo entre atividades teóricas e práticas; e (c) os professores que começam a integrar SGD em sala de aula tendem a perder o potencial desse artefato para o ensino, devido ao surgimento de situações contingentes no decorrer da aula ou às suas convicções sobre o uso pedagógico das tecnologias digitais. **[Conclusões]** Entre as conclusões, a integração do SGD na sala de aula pode ser significativamente alcançada por meio da conscientização progressiva e crítica dos professores sobre o conhecimento pedagógico por trás do ensino exploratório como prática de ensino.

Palavras-chave: Educação matemática; formação de professores de matemática; comunidades de prática; metaetnografia; software de geometria dinâmica.



Introducción

La formación continua de docentes de matemáticas es una de las áreas más importantes de investigación en educación matemática, donde el aprendizaje docente es una de sus categorías principales (Wood, 2008). En efecto, el aprendizaje del profesorado ha ocupado la atención de diversas investigaciones en los últimos años: algunas se han dedicado a promover y estudiar el aprendizaje de ciertas prácticas y competencias profesionales (p. ej., véase Gomes, Quaresma y Ponte, 2021; Groenwald y Llinares, 2022; Jesus, Cyrino y Oliveira, 2020), mientras que otras se han encargado de comprender la manera en que el aprendizaje ocurre a partir de la participación de docentes en procesos de desarrollo profesional específicos (p. ej., véase Paula y Fiorentini, 2021; Ponte, Quaresma y Mata-Pereira, 2022). En este artículo, el interés sobre el aprendizaje docente se sitúa en las concepciones que existen y circulan en la investigación en educación matemática sobre este fenómeno, y que orientan el desarrollo de procesos formativos de docentes de matemáticas.

Por su parte, la enseñanza exploratoria es una práctica que tiene su origen en una perspectiva de educación basada en la indagación (Artigue y Blomhøj, 2013), y que consiste en fundamentar la enseñanza de las matemáticas en la resolución y discusión de tareas investigativas en el aula (Ponte, 2014; Stein, Engle, Smith y Hughes, 2008). Pese a ser una de las prácticas pedagógicas más promovidas en la formación continua de profesorado de matemáticas en los últimos años (Fauskanger *et al.*, 2022), la enseñanza exploratoria aún representa un desafío para los grupos docentes, ya que se trata de una forma de enseñar que implica, tanto para ellos como para estudiantes, desempeñar roles en

el aula diferentes a los acostumbrados (Jesus *et al.*, 2020; Martins, Mata-Pereira y Ponte, 2021). Este desafío también se ve reflejado en el caso de aquel profesorado que considera que las clases basadas en la enseñanza exploratoria no son adecuadas para la totalidad de estudiantes, pese a valorar positivamente esta práctica pedagógica (Pocalana, Robutti y Liljedahl, 2023).

Finalmente, investigaciones pioneras en software de geometría dinámica (SGD) han señalado las posibilidades que estos artefactos ofrecen a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Arzarello, Olivero, Paola y Robutti, 2002; Laborde y Laborde, 1995). A pesar de los avances que se han logrado en este tema, los estudios advierten que el papel del SGD en el aula de matemáticas no se comprende del todo (Sinclair *et al.*, 2017), y que el conocimiento necesario para apoyar una integración más completa de este tipo de software aún es limitado (Ruthven, 2018). Inclusive, a más de tres décadas de investigación sobre esta temática, se continúa asumiendo que la integración exitosa del SGD en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas sigue siendo un tema difícil y complejo, por lo cual se necesita más investigación sobre el papel del profesorado en el logro de este cometido (Højsted, 2022).

Teniendo en cuenta lo expuesto, el objetivo de este artículo es analizar la bibliografía relacionada con la investigación de los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas, que asume como objeto de estudio el aprendizaje docente, el tratamiento de prácticas de enseñanza exploratoria o los vínculos entre el uso de SGD y la formación profesional. Para lograr esto, se buscó responder las siguientes preguntas:



- ¿Cuáles son las concepciones de aprendizaje docente que circulan en la investigación de los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas?
- ¿De qué modo son investigadas las prácticas de enseñanza exploratoria en los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas?
- ¿Cuáles son los enfoques de trabajo con geometría dinámica en los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas?

Procedimiento metodológico

Para responder las preguntas del artículo, se realizó una revisión sistemática de bibliografía con un enfoque metaetnográfico (Noblit y Hare, 1988). Básicamente, la metaetnografía es una metasíntesis (Erwin, Brotherson y Summers, 2011; Korhonen, Hakulinen-Viitanen, Jylhä y Holopainen, 2012) que consiste en la producción de síntesis de estudios cualitativos, basada en la inducción e interpretación de sus resultados (Pearson, Robertson-Malt y Rittenmeyer, 2011). La producción de estas síntesis implica analizar artículos en profundidad para determinar cómo se relacionan los estudios, mediante la recopilación y yuxtaposición de los conceptos asumidos, buscando revelar cómo tales estudios se conectan o interactúan (Pearson *et al.*, 2011).

Considerando lo anterior, se realizó una metaetnografía para producir síntesis de estudios localizados en la bibliografía de educación matemática, que permitieran responder las preguntas establecidas. Esta revisión se hizo operativa a partir de las siguientes etapas de una metaetnografía (Noblit y Hare, 1988).

Constitución del cuerpo de la revisión

Para constituir el conjunto de estudios de la revisión, se siguió el proceso ilustrado en la Figura 1. El primer paso consistió en *realizar la búsqueda* de los estudios, lo que supuso ante todo seleccionar las fuentes de información. Con el fin de localizar investigaciones desarrolladas en diversas zonas geográficas y publicadas en diferentes idiomas, se optó por realizar la búsqueda en dos tipos de fuente: bases de datos y revistas científicas. En el primer caso, se seleccionaron las bases *Scopus*, *ERIC* y *Web of Science*, aunque esta última fue descartada, dado que los resultados arrojados por esta base también eran obtenidos en Scopus. En el segundo caso, se decidió realizar la búsqueda en las primeras 10 revistas de educación matemática que componen el ranking de Andrade-Molina, Montecino y Aguilar (2020). Sin embargo, se optó por desconsiderar de esta lista la *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* (por tratarse de una fuente no relacionada con el tema de la revisión) y *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas* (por la imposibilidad de acceder a su contenido). Así, las revistas consideradas fueron *Boletim de Educação Matemática* (BOLEMA), *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (RELIME), *Educación Matemática*, *Zetetiké*, *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *Quadrante*, *Educación Matemática Pesquisa* y *Números*.

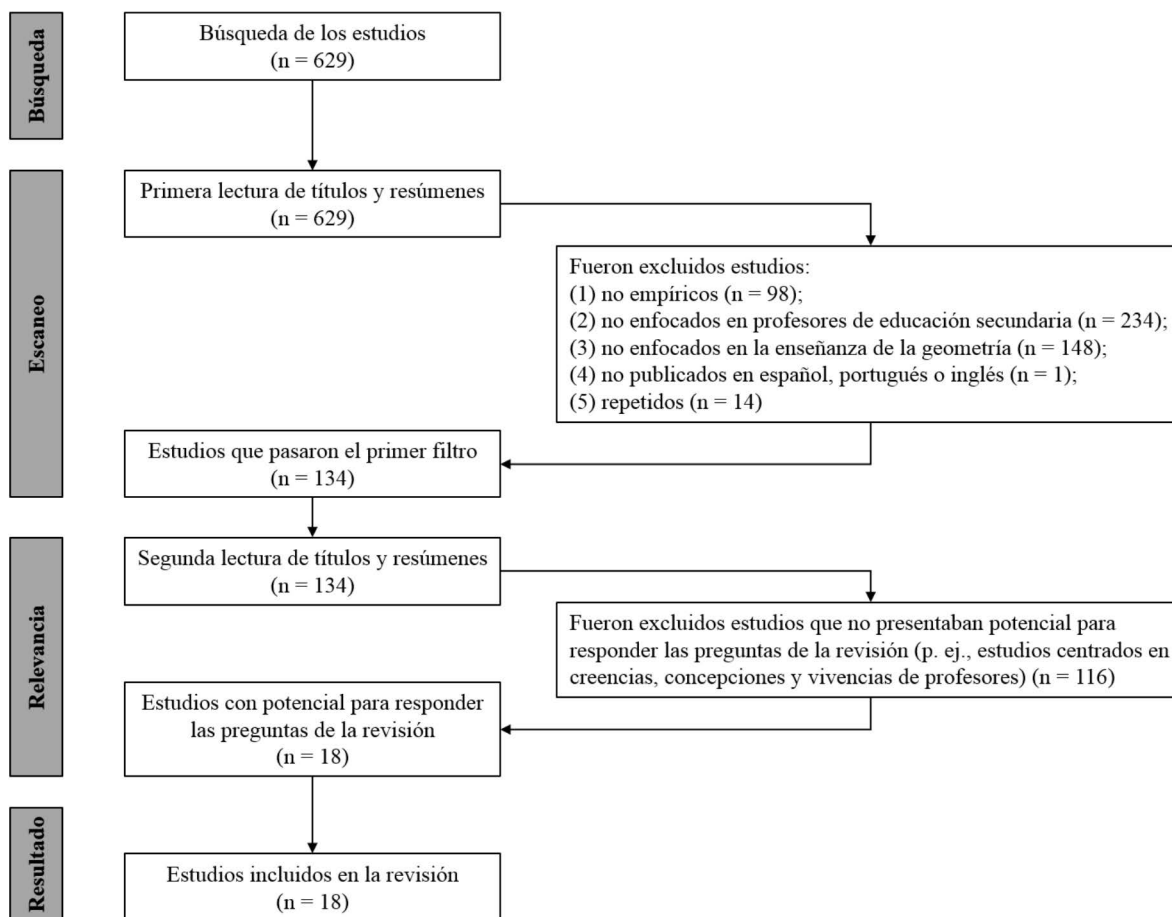


Figura 1. Constitución del cuerpo de la revisión.

Nota: Fuente propia de la investigación.

La búsqueda ocurrió entre mediados de agosto de 2021 y principios de enero de 2022, y consistió en la localización de estudios publicados en el período 2001-2021. Teniendo en cuenta las preguntas de la revisión, la localización en las bases de datos se realizó a partir de los siguientes ejes de búsqueda, con sus respectivos descriptores separados por guion: (a) *Mathematics teacher learning – Teaching*; (b) *Inquiry-based teaching – Mathematics*; y (c) *Mathematics teacher education – Dynamic geometry*.

Para optimizar la búsqueda, se aplicaron diferentes filtros en cada base. Por un lado, en Scopus se aplicó el filtro *publication type: journal articles*, ya que solo

interesaba revisar artículos publicados en revistas científicas. Por otro lado, además de este, en ERIC se aplicaron los filtros *peer reviewed only*, *education level: secondary education* y *publication date: since 2003* (la base no permitía filtrar a partir de años anteriores), ya que interesaba seleccionar artículos sometidos previamente a un proceso de revisión por pares y que estuvieran contextualizados en la educación secundaria. No obstante, debido al alto volumen de estudios del primer eje, se decidió aplicar los filtros *full text available on ERIC* y *descriptor: mathematics education*, para delimitar la búsqueda a estudios de educación matemática, cuyos textos en formato PDF estuvieran



disponibles para descarga en la base de datos. Luego de aplicar todos estos filtros, se localizaron en total 330 estudios (Tabla 1).

Tabla 1. *Número de estudios localizados en las bases de datos*

Eje de búsqueda	Scopus	ERIC	Total
Mathematics teacher learning – Teaching.	20	89	109
Inquiry-based teaching – Mathematics.	31	113	144
Mathematics teacher education – Dynamic geometry.	6	71	77
Total			330

Nota: Fuente propia de la investigación.

Por su parte, la localización de estudios en las revistas se realizó mediante el motor de búsqueda avanzada de *Google académico*. Esta localización se efectuó utilizando los descriptores de los tres ejes de búsqueda, aunque con ligeras modificaciones. Al respecto, por tratarse de revistas específicas de educación matemática, se obviaron de los descriptores aquellos términos que hacían alusión a las matemáticas. Por ejemplo, del segundo eje se obvió el descriptor *mathematics*, quedando el descriptor definido solo como *inquiry-based teaching*. De este modo, los descriptores utilizados para la búsqueda en las revistas fueron *teacher learning* (D_1), *inquiry-based teaching* (D_2) y *dynamic geometry* (D_3).

Para optimizar los resultados, se optó por insertar en el motor de búsqueda combinaciones de descriptores en diferentes idiomas, mediante el operador lógico *OR*. Por ejemplo, para el caso de estudios publicados en revistas cuyo idioma principal es el portugués, se utilizaron las siguientes expresiones: (a) “*teacher learning*” *OR* “*aprendizagem docente*”; (b) “*inquiry-based teaching*” *OR* “*ensino exploratório*”

OR “*abordagem exploratória*”; y (c) “*dynamic geometry*” *OR* “*geometria dinâmica*”. Dado el amplio volumen de estudios localizados en cuatro de las ocho revistas mediante el descriptor D_3 , se decidió limitar la búsqueda a investigaciones que contuvieran este descriptor únicamente en el título de los artículos. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2, donde el símbolo * indica los resultados a los que se les aplicó el filtro anterior. De acuerdo con esta Tabla 2, la búsqueda en las revistas resultó en 299 estudios, lo que hizo que el total de investigaciones localizadas en ambos tipos de fuente fuese 629 estudios.

Tabla 2. *Número de estudios localizados en las revistas*

Revista	D_1	D_2	D_3	Total
BOLEMA	31	15	36	82
RELIME	7	4	6*	17
Educación Matemática	8	1	6*	15
Zetetiké	12	5	7	24
UNIÓN	10	0	7*	17
Quadrante	22	26	16	64
Educação Matemática Pesquisa	34	20	3*	57
Números	1	0	22	23
Total				299

Nota: Fuente propia de la investigación.

El segundo paso para constituir el cuerpo de la revisión fue *escanear los estudios* localizados. Este escaneo consistió en seleccionar, de los 629 estudios localizados, investigaciones: (a) empíricas; (b) ubicadas en el contexto de la formación continua de profesorado de matemáticas de educación secundaria; (c) sobre la enseñanza de la geometría; y (d) publicadas en español, portugués o inglés. De acuerdo con la Figura 1, 481 de los estudios no cumplieron con estos criterios, a los que se añadieron 14 por



tratarse de casos repetidos. Así pues, de los 629 estudios iniciales se seleccionaron 134.

El último paso consistió en *determinar la relevancia potencial* de los estudios filtrados en el paso anterior, para responder las preguntas de la revisión. Esto supuso un nuevo escaneo del título y del resumen (en algunos casos, del texto en formato PDF) de cada estudio, buscando identificar evidencias de su relevancia para la revisión. Esto llevó a desconsiderar investigaciones que, ya sea por su paradigma (p. ej., estudios empíricos de naturaleza cuantitativa) u objeto de estudio (p. ej., creencias y concepciones de docentes) no aportarían significativamente a la revisión. Como resultado, los 134 estudios del paso anterior se redujeron a 18, los cuales se seleccionaron para realizar la revisión. De estos estudios, cinco corresponden al primer eje, cinco al segundo y ocho al tercero.

Lectura y relación de los estudios

En estas etapas se revisaron los 18 estudios seleccionados. En esta revisión, la mirada fue colocada principalmente en los presupuestos teóricos y resultados de las investigaciones, teniendo en cuenta las preguntas de la metaetnografía. A medida que la revisión se realizaba, se identificaban relaciones entre los estudios, aunque en un nivel inicial. Para facilitar la identificación de estas relaciones, se utilizó un instrumento por cada eje que organizaba los estudios por autoría, objetivos de investigación, presupuestos teóricos, procedimientos metodológicos y resultados obtenidos. De este modo, el contenido de los tres instrumentos constituyó la materia prima para el desarrollo de las etapas posteriores.

Conexión entre los estudios, síntesis final y comunicación de la revisión

En estas últimas etapas se buscó explicitar las convergencias y divergencias entre las investigaciones. Esto se hizo a través de la producción de *síntesis interpretativas* de cada estudio, las cuales se relacionaron posteriormente entre sí para la elaboración de nuevas interpretaciones en la forma de *síntesis integradoras* (Fiorentini y Crecci, 2017). A partir de estas síntesis se produjeron *síntesis finales* por cada eje de revisión, que daban cuenta de un todo mayor que la suma de sus partes (Pearson et al., 2011). Para finalizar el proceso, se decidió la forma de comunicar los resultados de la revisión.

Resultados

En este apartado se presentan los resultados de la revisión realizada a los 18 estudios. Estos resultados se organizan por cada eje y reportan las diferentes síntesis (interpretativas, integradoras y finales) elaboradas para responder las preguntas de la metaetnografía.

Estudios sobre el aprendizaje docente

Los cinco estudios correspondientes a este eje se revisaron teniendo en cuenta la siguiente pregunta: *¿Cuáles son las concepciones de aprendizaje docente que circulan en la investigación de los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas?* En líneas generales, la revisión de este eje permitió evidenciar que los estudios asumen la misma concepción de aprendizaje docente. En efecto, los estudios que se sintetizan a continuación adoptan la *teoría de aprendizaje situado*, para conceptualizar el aprendizaje de docentes de matemáticas



como el resultado de su participación en las prácticas de una comunidad.

Graven (2004) describió y explicó el aprendizaje docente producido en un proyecto de formación continua. Para ello, la autora realizó un estudio en el que aplicó cuestionarios y realizó entrevistas a 10 docentes sobre sus experiencias formativas en el proyecto. Los resultados del estudio revelan que la confianza es un componente más del aprendizaje del profesorado que participa en comunidades de práctica. De acuerdo con sus datos, la autora sostiene que la confianza se relaciona con el dominio que el profesorado manifiesta de la enseñanza de las matemáticas, y que este dominio se expresa en la confianza que tiene de cambiar sus prácticas de enseñanza, de su capacidad para participar en diferentes comunidades de práctica y de asumirse como aprendices permanentes, entre otras cuestiones.

Por su parte, Gama y Fiorentini (2009) describieron y analizaron las contribuciones de la participación en grupos colaborativos para la formación y el aprendizaje del profesorado en inicio de carrera. Para ello, realizaron una investigación en la que participaron tres docentes iniciantes, de quienes analizaron entrevistas, clases impartidas y narrativas sobre sus prácticas docentes, entre otros instrumentos. El aprendizaje reportado se vincula a los desafíos y obstáculos que encuentran en su labor docente, analizados a partir de categorías que informan indicios de: (a) sobrevivencia y descubrimiento en la carrera; (b) superación y aislamiento profesional; y (c) enfrentamiento del choque con la realidad escolar. La investigación encontró que la participación en comunidades de práctica con características de un grupo colaborativo favoreció, en el profesorado, el aprendizaje de diferentes prácticas de su profesión, como enseñar mediante

diferentes metodologías y reflexionar sobre la propia práctica de enseñanza.

De modo similar al estudio anterior, Lucena y Barbosa (2016) buscaron comprender el aprendizaje de docentes en un grupo colaborativo. Particularmente, este estudio conceptualiza el aprendizaje como el cambio en los patrones de participación del profesorado en relación con una práctica de un grupo colaborativo. Para lograr su objetivo, desarrollaron una investigación en la que entrevistaron a cinco docentes que participaban en un grupo colaborativo, situado en la frontera entre universidad y escuela. Dada la concepción de aprendizaje asumida, se tiene que el aprendizaje docente reportado se vincula a la propia dinámica de participación de profesorado en el grupo. En este sentido, se identificaron dos tipos de aprendizaje, a saber, aprendizaje discursivo (referido a cambios en los aportes docentes a las acciones emprendidas en el grupo) y aprendizaje interactivo (vinculado a cambios en las expectativas del profesorado sobre su participación en el grupo y a su comprensión sobre ciertos elementos constitutivos de este).

Tinti y Manrique (2016) identificaron y describieron el aprendizaje docente evidenciado en la etapa inicial de una comunidad de práctica. Además de fundamentarse en la concepción de aprendizaje como participación, se apoyaron en la idea de las etapas de desarrollo de una comunidad de práctica: potencial, expansión, madurez, sustentabilidad y transformación. En el estudio se analizaron los registros de audio de las reuniones de la comunidad (conformada por 17 participantes, que incluía profesorado universitario, de educación básica y estudiantes de pregrado) y producciones escritas en un período determinado. En sus resultados, destacan que, por tratarse de la



primera etapa de desarrollo de la comunidad, el aprendizaje docente no se evidenció de forma explícita ni directa. No obstante, sus datos revelan vestigios de aprendizaje producido en momentos de reflexión conjunta y de negociación de significados, dada la posibilidad que el profesorado tuvo de expresarse con respecto a temas vinculados a la enseñanza de las matemáticas y a la formación docente.

Finalmente, [Silva, Prado y Barbosa \(2016\)](#) analizaron un conjunto de narrativas de clases producidas por docentes que participan de una comunidad de práctica. Específicamente, se centraron en los conceptos de participación y cosificación como dos componentes relacionados en una misma unidad y que dan cuenta del aprendizaje docente, mediante la producción de narrativas. A partir de estos conceptos, llevaron a cabo una investigación en la que analizaron las narrativas producidas por seis docentes para enseñar contenidos de geometría en la educación básica. En sus resultados, presentan un cuadro cuyo contenido revela cosificaciones de las narrativas elaboradas por el profesorado, y argumentan que estas son cosificaciones de otras producidas previamente, ya que las narrativas debían elaborarse teniendo en cuenta una estructura (organizada en preguntas sobre cómo la clase fue iniciada, cómo la lectura de la tarea fue realizada, etc.) negociada previamente por el personal docente en la comunidad. Así, el aprendizaje docente se relaciona con los significados que profesores y profesoras negociaron sobre los elementos que sus narrativas debían considerar.

El vínculo entre estas síntesis pone de relieve convergencias y divergencias entre los estudios revisados, en función de sus objetivos, presupuestos teóricos, procedimientos metodológicos y resultados. Sobre

los objetivos, se observa que cuatro de las cinco investigaciones indican explícitamente el aprendizaje docente como su objeto de estudio, siendo el trabajo de [Silva et al. \(2016\)](#) el único que no hace referencia directa al aprendizaje de docentes, aunque puede asumirse que este concepto esté por detrás de las ideas teóricas de participación y cosificación. Otro aspecto por destacar en la formulación de los objetivos tiene que ver con el alcance de la propia investigación. Al respecto, se encuentra que varios estudios buscaron describir y explicar/analizar/comprender el aprendizaje del profesorado ([Gama y Fiorentini, 2009](#); [Graven, 2004](#); [Lucena y Barbosa, 2016](#)), mientras que otros permanecieron en el terreno de la identificación y descripción ([Tinti y Manrique, 2016](#)).

Como fue destacado, en el apartado teórico los cinco estudios convergen en la misma concepción de aprendizaje docente, presentando como concepto transversal entre estos la participación en prácticas de una comunidad con ciertas características. Aun así, investigaciones como la de [Gama y Fiorentini \(2009\)](#) no conceptualizan con detalle dicho concepto, pero sí desarrollan otros que no se localizan en el resto de los estudios, como la idea de aprendizaje docente vinculado a tres tipos de conocimiento: conocimiento *para* la práctica, conocimiento *en* la práctica y conocimiento *de* la práctica. Además, se observa que algunos de los estudios destacan con cierta profundidad los cuatro componentes del aprendizaje en una comunidad de práctica ([Graven, 2004](#); [Tinti y Manrique, 2016](#)), mientras que otros los desarrollan con un alto énfasis ([Silva et al., 2016](#)).

En cuanto a los procedimientos metodológicos, se tiene que en la mayoría de los estudios predomina la investigación en comunidades de práctica localizadas en la frontera entre universidad y escuela, teniendo así



la participación no solo de profesorado en formación continua, sino también de docentes en formación inicial, así como de otros actores. De estos estudios, [Gama y Fiorentini \(2009\)](#) y [Lucena y Barbosa \(2016\)](#) conciben, explícitamente, las comunidades de práctica como grupos colaborativos, aunque no se descarta que las comunidades de los otros estudios presenten estas mismas características. Por su parte, en tres de los cinco estudios ([Gama y Fiorentini, 2009](#); [Graven, 2004](#); [Lucena y Barbosa, 2016](#)) se presenta la entrevista como un instrumento de producción de datos para investigar el aprendizaje docente, mientras que en otros tres se destacan las narrativas de prácticas docentes ([Gama y Fiorentini, 2009](#); [Silva et al., 2016](#); [Tinti y Manrique, 2016](#)).

Finalmente, en lo que respecta a los resultados de los estudios, se tiene que la principal convergencia encontrada radica en el tipo de saber que los profesores y las profesoras aprenden en las comunidades de práctica de las que participan. Al respecto, se observa que los saberes que más atención reciben son aquellos volcados hacia lo pedagógico. En efecto, el caso más representativo de este hecho es la investigación de [Gama y Fiorentini \(2009\)](#), en la que se reportan aprendizajes relacionados, por ejemplo, con las prácticas de enseñanza exploratoria. Otro estudio que reportó aprendizajes de saberes pedagógicos es el de [Silva et al. \(2016\)](#), en el que se presentan los elementos cosificados que una narrativa de clase debería considerar. No obstante, el estudio de [Graven \(2004\)](#) no solo reportó aprendizajes de este saber, sino también de otros (relacionados con lo disciplinario y curricular), dada la naturaleza del proyecto formativo que le sirvió de contexto.

En definitiva, la revisión de este eje permitió formular la siguiente síntesis final:

- La concepción de aprendizaje docente predominante en los estudios revisados es aquella que le asume como el resultado de la participación de profesorado en comunidades de práctica.
- El alcance de estos estudios está en la descripción y explicación de dicho aprendizaje.
- Las comunidades de práctica de las que el profesorado participa se localizan en la frontera entre universidad y escuela.
- Las entrevistas y narrativas de clase son dos de los instrumentos de producción de datos con mayor presencia en los estudios sobre el aprendizaje docente.
- El saber pedagógico del profesorado de matemáticas es el que mayor atención recibe en estos estudios.

Estudios sobre las prácticas de enseñanza exploratoria

Los cinco estudios de este eje fueron revisados considerándose la siguiente pregunta: *¿De qué modo son investigadas las prácticas de enseñanza exploratoria en los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas?* Una mirada global hacia la revisión de los estudios que se sintetizan a continuación permite colocar la atención en dos resultados generales. En efecto, la revisión puso de relieve la presencia de: (a) la geometría dinámica en las prácticas de enseñanza exploratoria abordadas en algunos de los procesos formativos investigados; y (b) la consideración de la teoría y la práctica en el desarrollo de estos procesos formativos.

[Flores \(2007\)](#) identificó las características de las prácticas argumentativas de dos docentes para justificar conjeturas geométricas formuladas con un SGD. El concepto



principal del estudio es el de esquemas de argumentación, entendidos como el modo en que un razonamiento es utilizado, durante una práctica argumentativa, para justificar conjeturas matemáticas. En lo metodológico, el autor realizó un experimento de enseñanza en el contexto de un curso de formación sobre geometría euclidiana con SGD, y utilizó, como instrumentos para la producción de datos, las respuestas a un cuestionario diagnóstico, las respuestas a las tareas del curso, las reflexiones de los participantes al término de cada encuentro y notas de campo. Los resultados del estudio revelan que los docentes utilizaron esquemas fácticos y empíricos en los primeros encuentros para justificar conjeturas geométricas, los cuales fueron transformándose en esquemas más analíticos a medida que estos sujetos resolvían las tareas del curso.

Por su parte, [Shafer \(2008\)](#) investigó el aprendizaje de un profesor sobre la enseñanza de las matemáticas basada en el uso de SGD. Aunque no explicita un marco teórico, la autora hace referencias a la enseñanza de las matemáticas basada en la indagación, destacando los procesos de formulación y justificación de conjeturas que se desarrollan con estos artefactos. Para el logro del objetivo, se realizó un experimento de desarrollo docente según un modelo formativo que buscaba promover el aprendizaje del profesor, a partir de la observación directa de la práctica de enseñanza exploratoria de la autora en el aula. Sobre la producción de datos, se utilizó la información proveniente de notas de campo, mensajes de correo electrónico intercambiados con el profesor, observaciones de clase y de una entrevista al final del experimento. Los resultados de la investigación revelan, por un lado, que el profesor reconoció un cambio en su práctica de enseñanza, identificando en esta algunos

de los elementos que caracterizan la enseñanza exploratoria y, por otro lado, que el convencimiento que el profesor desarrolló sobre el potencial del SGD para la enseñanza de la geometría tuvo un papel importante en su aprendizaje.

Partiendo de la premisa de que el conocimiento del profesorado acerca de sus prácticas de enseñanza influencia el modo en que lleva estas a cabo, [Chin, Lin y Tuan \(2016\)](#) analizaron los cambios en el conocimiento teórico y empírico de cuatro profesoras sobre la práctica de enseñanza exploratoria. Para ello, desarrollaron un proceso formativo a lo largo de un año, fundamentado en un modelo cíclico en el que las profesoras fueron invitadas a: (a) comprender teóricamente la enseñanza exploratoria (p. ej., mediante lecturas); (b) vivir la experiencia de exploración matemática (p. ej., mediante la resolución de tareas); e (c) implementar esta práctica en sus clases. Sobre la producción de datos, los autores utilizaron la información de observaciones de clase y de mapas conceptuales de las profesoras acerca de su conocimiento sobre la práctica de indagación, los cuales fueron triangulados con entrevistas. Los resultados revelan que, pese a haber reflexionado teórica y empíricamente sobre la práctica previo al trabajo en el aula, las profesoras ejercieron una enseñanza de corte más transmisivo durante el primer trimestre del proceso formativo, la cual fueron tornando progresivamente más exploratoria después de ese período.

[Richit y Ponte \(2019\)](#) identificaron, desde la perspectiva de siete docentes, aspectos intrínsecos de la colaboración docente que son promovidos en procesos formativos realizados en la modalidad de los estudios de clase (*lesson studies*). En la investigación, entienden el concepto de colaboración como una tipología de la cultura



docente que permea las prácticas del profesorado y sus relaciones profesionales entre sí, en el seno de las instituciones educativas. A nivel metodológico, los autores realizaron un análisis del contenido de la transcripción de entrevistas semiestructuradas realizadas al grupo de docentes, a quienes se invitó a responder preguntas relacionadas con la dinámica de los estudios de clase y con los aspectos de la colaboración profesional entre el mismo grupo. En sus resultados, encontraron que el profesorado valoró el compartir (ligado a la posibilidad de intercambio de experiencias), la cooperación (relacionada con el trabajo en equipo) y el apoyo personal (vinculado a la confianza y al estímulo recibidos a lo largo del proceso formativo) como aspectos intrínsecos de la colaboración docente.

Finalmente, [Santana, Serrazina y Nunes \(2019\)](#) analizaron las perspectivas de 17 profesoras sobre las contribuciones de un proceso formativo para el desarrollo de sus conocimientos matemáticos y didácticos. Para ello, las autoras se apoyaron en un modelo de desarrollo profesional estructurado en cuatro dominios, articulados por prácticas reflexivas. Metodológicamente, desplegaron un proceso formativo en un lapso de seis meses en el que constituyeron un grupo colaborativo, y utilizaron para la producción de datos las respuestas de las participantes a diferentes instrumentos (p. ej., fichas de evaluación de cada encuentro), entrevistas semiestructuradas y notas de campo. Los resultados del estudio muestran, por un lado, la importancia que las profesoras otorgaron al proceso formativo sobre el desarrollo de sus conocimientos geométricos (en los momentos de trabajo en el grupo colaborativo) y, por otro lado, el énfasis dado por ellas al avance en el aprendizaje de sus estudiantes (en los momentos de trabajo en el aula), a

raíz de la aplicación de secuencias de tareas exploradas previamente en los encuentros de la formación.

Al igual que en el eje anterior, la relación entre estas síntesis revela convergencias y divergencias entre los estudios revisados, en función de sus elementos esenciales. Así, con respecto a los objetivos, se tiene que la práctica de enseñanza exploratoria no es el objeto de estudio principal de todas las investigaciones, y es la de [Chin et al. \(2016\)](#) la única que explicita esta práctica en su objetivo. En el resto de los estudios, se encuentra que colocaron su atención ya sea en aspectos que hacen parte de esta práctica ([Flores, 2007](#)) o en aspectos que se derivan de su aprendizaje en procesos formativos ([Richit y Ponte, 2019](#); [Santana et al., 2019](#); [Shafer, 2008](#)).

En consecuencia, los cinco estudios divergen casi en su totalidad en las concepciones teóricas asumidas. Pese a ello, los estudios de [Richit y Ponte \(2019\)](#) y [Santana et al. \(2019\)](#) encuentran un punto de convergencia en el concepto de grupo colaborativo, en tanto espacio para la promoción del aprendizaje docente. Por su parte, los estudios de [Flores \(2007\)](#) y [Shafer \(2008\)](#) convergen en el uso de SGD en sus actividades formativas, aunque el primero se sitúe únicamente en el contexto de la resolución de tareas por el profesorado y el segundo vaya más allá, al acompañar el proceso de aprendizaje de la práctica de enseñanza exploratoria del profesorado directamente en el aula.

Sobre el apartado metodológico, se encuentran varias convergencias. Al respecto, los estudios de [Flores \(2007\)](#) y [Shafer \(2008\)](#) se relacionan en cuanto al desarrollo de experimentos formativos, en virtud del número reducido de sus participantes. Por su parte, los estudios de [Chin et al. \(2016\)](#) y [Santana et al. \(2019\)](#) se encuentran ligados



al empleo explícito de modelos específicos de formación, caracterizados por hacer de la reflexión docente un elemento transversal en el desarrollo de sus procesos formativos. En lo que atañe a la producción de datos, se tiene que en tres de los cinco estudios se utilizaron notas de campo (Flores, 2007; Santana *et al.*, 2019; Shafer, 2008), mientras que en la mayoría se realizaron entrevistas (a excepción de Flores, 2007). A su vez, en los dos estudios que se ocuparon de investigar la práctica de enseñanza exploratoria (Chin *et al.*, 2016; Shafer, 2008), destaca la observación directa de clases en el aula.

Finalmente, dada la divergencia entre sus objetivos de investigación, se tiene que los estudios difieren en la naturaleza de sus resultados. Sin embargo, una mirada detallada hacia estos permite identificar un aspecto común entre tres de los cinco estudios, relacionado con los cambios en las prácticas de sus participantes en el transcurso de los procesos formativos. Al respecto, en el estudio de Flores (2007), los dos docentes fueron cambiando progresivamente sus esquemas fácticos y empíricos por esquemas analíticos, para justificar sus conjeturas geométricas. Por su parte, en el estudio de Shafer (2008), el profesor fue reconociendo cambios en sus prácticas habituales, identificando en estos cambios aspectos específicos de la enseñanza exploratoria. Por último, en el estudio de Chin *et al.* (2016), las profesoras fueron cambiando sus prácticas de enseñanza basadas en la transmisión por prácticas fundamentadas en la exploración.

En síntesis, la revisión de este eje permitió la producción de la siguiente síntesis final:

- La enseñanza exploratoria es investigada ya sea en su totalidad como práctica docente o de forma parcial, en virtud de alguno de sus componentes

(p. ej., el momento de resolución de tareas por el personal docente).

- El SGD es compatible con el desarrollo de esta práctica. En otras palabras, la enseñanza exploratoria puede permearse por el uso de este tipo de artefactos.
- Esta práctica suele investigarse mediante experimentos formativos, sobre todo si estos cuentan con un número reducido de participantes.
- Las observaciones de clase, notas de campo y entrevistas son tres de los instrumentos de producción de datos con mayor presencia en los estudios sobre este tema.
- Los procesos formativos enfocados en la enseñanza exploratoria buscan promover cambios en las prácticas del profesorado, y que estos grupos tomen conciencia de tales cambios mediante ejercicios de reflexión conjunta.
- Los cambios que se buscan promover en estos procesos no ocurren de forma inmediata, sino en períodos relativamente extensos.
- El convencimiento, la confianza, el trabajo conjunto y el compartir de experiencias docentes constituyen aspectos que se muestran favorables para el desarrollo profesional del profesorado en los procesos formativos.

Estudios sobre geometría dinámica

Los ocho estudios vinculados a este eje se revisaron para responder la siguiente pregunta: *¿Cuáles son los enfoques de trabajo con geometría dinámica en los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas?* En general, la revisión da cuenta de dos grupos de estudios: aquellos en los que el SGD fue integrado en el aula por el profesorado participante, y aquellos en los que esto no sucedió.



Apoyado en la noción de génesis instrumental, [Erfjord \(2011\)](#) discutió las diferencias en las formas en que tres docentes orquestaron instrumentalmente el uso del software Cabri por parte de estudiantes en el aula, al resolver tareas de construcción geométrica. En su estudio, el autor entiende la orquestación instrumental como el conjunto de dispositivos que el profesorado organiza para facilitar el desarrollo de la génesis instrumental de sus estudiantes. Por más de 30 sesiones, este grupo de tres docentes participó en un proyecto de formación continua, orientado hacia el uso y la implementación de programas informáticos en la enseñanza de las matemáticas. En la investigación se analizaron datos de cinco sesiones, producidos mediante notas de campo, así como de registros de audio y video tanto de clases impartidas como de conversaciones con el profesorado antes y después del trabajo en el aula. En líneas generales, los resultados del estudio revelan convergencias y divergencias en las formas de orquestación instrumental del profesorado, y la convergencia principal es la tendencia de estos sujetos a enfocar sus clases en un uso más técnico del software, en detrimento de un abordaje más orientado hacia el trabajo geométrico del grupo estudiantil.

Por su parte, [Dove y Hollenbrands \(2014\)](#) analizaron la forma en que tres docentes apoyaron el aprendizaje de sus estudiantes mientras resolvían tareas con el software *The Geometer's Sketchpad* (GSP). La idea de apoyo se fundamenta en el concepto de andamiaje (*scaffolding*) y se analiza mediante un marco compuesto por tres niveles de apoyo a la actividad matemática del estudiantado. Los tres profesores eran participantes de un proceso formativo, enfocado en el uso de tecnologías digitales para la enseñanza. Sobre la producción de datos, los autores grabaron

en video las clases de los profesores durante un semestre, recopilaron diferentes registros (tareas, planes de clase, etc.) y les realizaron entrevistas luego de cada clase. Los resultados revelan tres cuestiones. Por un lado, los profesores presentaron dificultades para ceder protagonismo a sus estudiantes cuando integraron GSP en el aula. Por otro lado, una parte optó por compartir hojas de trabajo (archivos elaborados con el software) para su exploración, aunque en ocasiones estas presentaban errores conceptuales. Finalmente, otros decidieron no usar estas hojas, implicando que estudiantes invirtieran más tiempo en realizar (a veces incorrectamente) construcciones geométricas y menos en explorar las ideas matemáticas.

[Alqahtani y Powell \(2016\)](#) investigaron cómo la apropiación del software *Virtual Math Teams with GeoGebra* (VMTwG), por parte de dos profesoras, contribuyó para el desarrollo de su comprensión geométrica. Basados en la noción de génesis instrumental, los autores analizaron el proceso de instrumentación desarrollado por estas profesoras mientras ellas se involucraban en la resolución conjunta de tres tareas de geometría dinámica usando VMTwG. Para los autores, la instrumentación de un SGD ocurre cuando se desarrollan esquemas de uso, que incluyen el aprender a utilizar las herramientas de este software para construir y manipular objetos, así como para explorar, conjeturar y justificar relaciones geométricas. Las profesoras participaron en un proceso formativo en geometría a lo largo de 15 semanas, fundamentado en actividades teóricas (lectura de artículos) y prácticas (resolución de tareas). Al analizar los datos provenientes de la resolución de las tareas, los autores encontraron que la apropiación del VMTwG se vinculó a la capacidad de las profesoras para distinguir (y hacer uso de)



diferentes modalidades de arrastre de los objetos geométricos con los que interactuaban, como el arrastre para validar construcciones o el arrastre para reconocer invariantes geométricas en una construcción dada.

En su estudio, Knapp, Barrett y Moore (2016) examinaron las formas en que cuatro profesoras desarrollaron su razonamiento geométrico, mientras se involucraban con una persona entrenadora (*coach*) en la planificación, implementación y análisis de clases con GSP. Estos autores asumen el razonamiento geométrico como un área del conocimiento matemático para la enseñanza (*mathematical knowledge for teaching*), y entienden el desarrollo de este razonamiento como cambios en el conocimiento geométrico del profesorado y en sus prácticas de enseñanza. Metodológicamente, realizaron un experimento de desarrollo docente por dos años, en el marco de un proyecto de desarrollo profesional basado en la promoción de entrenamiento colaborativo (*collaborative coaching*). La producción de datos incluyó, entre otros, registros de clases (en video) y sesiones de trabajo entre las profesoras y personal entrenador (en audio), entrevistas y notas de campo. Por un lado, los resultados mostraron a una de las profesoras desarrollar progresivamente confianza en el uso de GSP para enseñar ideas geométricas, y no solo para reforzar conceptos aprendidos previamente. Por otro lado, se observó a las otras profesoras desarrollar la habilidad de notar y explicar el pensamiento de sus estudiantes, mientras el grupo resolvía tareas exploratorias.

Powell y Pazuch (2016) analizaron el proceso seguido por tres profesores para resolver conjuntamente una tarea de geometría dinámica usando VMTwG, desde la formulación de conjeturas hasta su justificación. Para ello, se fundamentaron en: (a) la

colaboración que es facilitada por la participación en entornos computacionales; (b) un conjunto de principios metodológicos para la elaboración y resolución de tareas en estos entornos; y (c) una visión del hacer matemáticas basada en acciones y reflexiones alrededor de objetos matemáticos, de relaciones entre estos y de relaciones entre relaciones. Los tres profesores participaron en un proceso formativo en geometría a lo largo de 30 semanas, en el contexto de una asignatura en línea. En el estudio, los autores analizaron dos episodios de la actividad de exploración de una tarea con VMTwG por estos profesores, que consistía en realizar investigaciones sobre paralelogramos y sus bisectrices internas. Los resultados revelan que los profesores lograron justificar sus conjeturas con base en el uso de propiedades geométricas y no en el uso de medidas, en contraste con hallazgos de investigaciones previas que implementaron la misma tarea.

Cayton, Hollebrands, Okumus y Boehm (2017) analizaron las formas en que tres docentes respondieron a determinadas situaciones de clases de matemáticas con GSP, en función de sus interacciones con estudiantes. Estas situaciones son teorizadas como momentos fundamentales de enseñanza (*pivotal teaching moments*), caracterizados por interrupciones en el desarrollo de la clase y que brindan al profesorado la oportunidad de ampliar o modificar la comprensión matemática de sus estudiantes. Este trío era participante de un proceso formativo en el que resolvía y diseñaba tareas de geometría dinámica, reflexionaban sobre estas como docentes y analizaban videos de clases en que se implementaba este tipo de tareas. Los datos provinieron de los registros en video de las clases y de las tareas implementadas. A grandes rasgos, los



resultados muestran que dos de los profesores enfrentaron situaciones de producción de significado matemático, mientras que la otra profesora encaró situaciones de confusión matemática/tecnológica. En el primer caso, los profesores respondieron mediante acciones orientadas hacia el énfasis de los significados y a la comprensión del pensamiento matemático de los estudiantes. En el segundo caso, la profesora respondió con acciones dirigidas hacia la repetición de instrucciones tecnológicas.

Mavani, Mavani y Schäfer (2018) examinaron cómo dos profesores utilizaron el software GeoGebra para facilitar la visualización de ideas geométricas en el aula. Para ello, analizaron la práctica de estos profesores mediante el constructo comprensión del conocimiento básico (*understanding of core knowledge*), constituido por: (a) el conocimiento del profesorado; (b) las conexiones que este realiza en el aula; (c) los conceptos erróneos del estudiantado; y (d) las representaciones de los objetos matemáticos. Junto a los autores, los profesores elaboraron *applets* con GeoGebra para el tratamiento de distintos tópicos matemáticos. Sobre la producción de datos, se registraron en video las clases en las que se implementaron estos *applets* y se realizaron entrevistas a los profesores, luego de cada clase. Los resultados revelan que las prácticas de los profesores influenciaron la forma en la que ellos utilizaron GeoGebra en el aula. Al respecto, se observó a uno de ellos solicitar la realización de construcciones para la visualización de la idea geométrica de la clase, lo que conllevó a que sus estudiantes presentasen dificultades para lograr tal fin, especialmente en lo tecnológico. Por su parte, se observó al otro profesor proporcionar una hoja de trabajo para la exploración de

dicha idea, lo que facilitó el trabajo matemático de la clase.

Finalmente, Bozkurt y Uygan (2020) analizaron la forma en que una profesora se apropió de GeoGebra como un instrumento didáctico, a partir de su respuesta a situaciones contingentes en el aula. Esta apropiación fue analizada desde las lentes de dos nociones: doble génesis instrumental y *lesson hiccups*. Lo primero se refiere al proceso por el cual el profesorado lleva a cabo: (a) una apropiación personal de un artefacto digital como un instrumento para el trabajo matemático; y (b) una apropiación de este artefacto como instrumento para la enseñanza. Lo segundo hace referencia a eventos no planificados que ocurren en la clase y que pueden constituir oportunidades de aprendizaje para el profesorado. La participante era iniciante en el uso de GeoGebra, habiéndolo usado previamente en cursos de desarrollo profesional. Los datos se produjeron a partir del registro en video de ocho clases impartidas por la profesora, de entrevistas realizadas antes y después de cada clase y de notas de campo. Los resultados del estudio indican que la práctica de la profesora se basó principalmente en su apropiación personal del software y no en la de sus estudiantes, lo que condujo a la docente a enfrentar contratiempos relacionados con la preparación técnica no planificada, el diseño de las tareas y los problemas de instrumentación del grupo de estudiantes.

Siguiendo la misma ruta de análisis de los ejes anteriores, en lo que sigue se relacionan las ocho síntesis presentadas para evidenciar convergencias y divergencias entre los estudios. Así, en cuanto a los objetivos de investigación, se observan varios aspectos. Por un lado, algunos de los estudios colocan su atención en los procesos de apropiación de SGD del profesorado, ya sea



para resolver tareas con miras hacia la enseñanza (Alqahtani y Powell, 2016) o para orquestar instrumentalmente el uso de estos artefactos por sus estudiantes en el aula (Bozkurt y Uygan, 2020; Erfjord, 2011). Por otro lado, se tienen estudios que se enfocan en las interacciones entre estudiantes y docentes en la clase (Dove y Hollenbrands, 2014), prestando atención a la forma en que el personal docente hace frente a situaciones no planificadas que ocurren en la actividad del aula (Bozkurt y Uygan, 2020; Cayton *et al.*, 2017). Finalmente, se observan estudios que divergen de los anteriores, ya sea porque se enfocan principalmente en la resolución de tareas por el profesorado (Powell y Pazuch, 2016), en el conocimiento que este desarrolla a raíz de planificar, impartir y analizar clases con SGD (Knapp *et al.*, 2016) o en el uso que los cuerpos docentes hacen de estos artefactos con propósitos instruccionales (Mavani *et al.*, 2018).

Dadas las relaciones anteriores, se encuentran estudios que convergen en algunos de sus presupuestos teóricos. Al respecto, se observa que las investigaciones de Alqahtani y Powell (2016), Bozkurt y Uygan (2020) y Erfjord (2011) coinciden en el uso de la noción de génesis instrumental para analizar los procesos de apropiación de SGD por el profesorado. Por su parte, los estudios de Bozkurt y Uygan (2020) y Cayton *et al.* (2017) se encuentran relacionados por medio de las ideas de *lesson hiccups* y *pivotal teaching moments*, en tanto nociones que hacen referencia a situaciones significativas o inesperadas de la actividad del aula que pueden favorecer el aprendizaje del profesorado. En su caso, las investigaciones de Knapp *et al.* (2016) y Mavani *et al.* (2018) se sustentan en constructos teóricos relacionados con el conocimiento matemático del personal docente para la enseñanza. Por

último, los estudios de Alqahtani y Powell (2016) y Powell y Pazuch (2016) dialogan en la concepción de colaboración que subyace en la participación de docentes cuando usan VMTwG.

Con respecto a los procedimientos metodológicos, se observa que de los estudios que acompañaron la integración de SGD en el aula, algunos presentaron permanencias más o menos prolongadas en el campo (Cayton *et al.*, 2017; Dove y Hollenbrands, 2014; Erfjord, 2011; Knapp *et al.*, 2016), mientras que otros produjeron datos en un corto período (Bozkurt y Uygan, 2020; Mavani *et al.*, 2018). En el caso de los estudios en los que no se integró SGD (Alqahtani y Powell, 2016; Powell y Pazuch, 2016), el tiempo de producción de datos varió de 15 a 30 semanas. Sobre los instrumentos utilizados, destacan en mayor medida registros en video/audio de clases y entrevistas a docentes (Bozkurt y Uygan, 2020; Dove y Hollenbrands, 2014; Erfjord, 2011; Knapp *et al.*, 2016; Mavani *et al.*, 2018), y en menor medida, notas de campo y otras fuentes secundarias, como tareas y hojas de trabajo.

Finalmente, la relación entre las síntesis de este eje revela dos convergencias principales, en lo concerniente a los resultados de los estudios. Por un lado, los hallazgos de las investigaciones de Bozkurt y Uygan (2020), Cayton *et al.* (2017) y Erfjord (2011) coinciden en el hecho de que una parte del profesorado ya sea movida por situaciones inesperadas o por sus convicciones acerca del uso de tecnologías digitales para la enseñanza, optó por colocar en primer plano de sus clases el uso técnico del SGD, sacrificando el trabajo matemático del aula hasta cierto punto. Por otro lado, los resultados de los estudios de Alqahtani y Powell (2016), Dove y Hollenbrands (2014), Mavani *et al.* (2018) y Powell y Pazuch (2016) revelan



que la construcción e investigación de objetos geométricos son los tipos de actividades matemáticas predominantes, en cuanto a la integración de SGD en el aula se refiere. Además de estas convergencias, los estudios de [Cayton et al. \(2017\)](#) y [Knapp et al. \(2016\)](#) convergen en las posibilidades que el uso de SGD brindó al personal docente para notar, comprender y explicar el pensamiento matemático estudiantil.

En definitiva, la revisión de este eje condujo a plantear la siguiente síntesis final:

- La apropiación personal y profesional de un SGD es un tema fundamental de la formación de profesorado, en cuanto a la integración de tecnologías digitales en el aula.
- Las tareas investigativas con SGD buscan el desarrollo de un proceso de formulación y justificación de conjeturas, en el que estas últimas sean explicadas esencialmente a través de propiedades y relaciones geométricas.
- El profesorado que planifica clases basadas en la indagación con SGD suele fundamentar la resolución de las tareas ya sea en la construcción de objetos geométricos o en la exploración de hojas de trabajo.
- Las actividades de construcción geométrica suelen obstaculizar el desarrollo de las actividades de investigación en el aula, ya sea porque las primeras desvían la atención del estudiantado del foco principal de las segundas, o porque este no se ha apropiado del SGD como un instrumento para construir objetos geométricos con este tipo de software.
- Las observaciones de clase, notas de campo y entrevistas, así como las tareas implementadas en el aula y las

hojas de trabajo, son varios de los instrumentos de producción de datos con mayor destaque en los estudios sobre la temática de este eje.

- El profesorado que comienza a integrar SGD en el aula tiende a desaprovechar las potencialidades de este artefacto para la enseñanza, al hacer un uso más técnico y menos matemático o didáctico de estos recursos.
- Las formas en que el profesorado responde a situaciones contingentes en el aula, surgidas de la integración de SGD, pueden constituir, para este mismo, fuentes significativas de aprendizaje profesional.

Conclusiones

En este artículo se analizó la bibliografía relacionada con la investigación de los procesos de formación continua de profesorado de matemáticas, que asume como objeto de estudio el aprendizaje docente, el tratamiento de prácticas de enseñanza exploratoria o los vínculos entre el uso de SGD y la formación profesional. Para ello, se llevó a cabo una revisión sistemática de 18 estudios desde un enfoque metaetnográfico, que consistió en la producción de síntesis interpretativas, integradoras y finales de estas investigaciones. Los resultados obtenidos se organizaron de acuerdo con los ejes de búsqueda de la revisión y dan cuenta de las convergencias y divergencias entre los objetivos, presupuestos teóricos, procedimientos metodológicos y hallazgos de los estudios.

En líneas generales, los resultados de la revisión permiten concluir tres cuestiones. En primer lugar, que la enseñanza de la geometría basada en la indagación es una de las prácticas más investigadas en la



formación de profesorado de matemáticas, especialmente cuando se aborda el tema de la integración de SGD en el aula. En segundo lugar, dados los vínculos entre las características de esta práctica y las posibilidades que este tipo de software ofrece para la enseñanza, se concluye que la integración de SGD en el aula puede lograrse significativamente a través de la toma de conciencia progresiva y crítica del profesorado sobre los saberes pedagógicos que están detrás de la enseñanza exploratoria en tanto práctica docente. Finalmente, se concluye que esta toma de conciencia puede favorecerse mediante procesos formativos cimentados en actividades de aprendizaje profesional que consideren el diálogo entre la teoría y la práctica, y que promuevan, en el profesorado, aspectos como el convencimiento, la confianza, el trabajo conjunto y el compartir de experiencias docentes.

Se considera que los resultados de esta revisión arrojan luces teóricas y metodológicas para el desarrollo de estudios que buscan investigar el aprendizaje de prácticas de enseñanza de la geometría, fundamentadas en la realización de investigaciones matemáticas con SGD, por parte de docentes en procesos de formación continua.

Agradecimiento

El presente trabajo fue realizado con el apoyo de la *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener ningún conflicto de interés.

Declaración de la contribución de los autores

Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo. El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: R.E.G.A. 70 % y V.P. 30 %.

Declaración de disponibilidad de los datos

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente [R.E.G.A.], previa solicitud razonable.

Referencias

- Alqahtani, M. M. & Powell, A. B. (2016). Instrumental appropriation of a collaborative, dynamic-geometry environment and geometrical understanding. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 4(2), 72-83.
- Andrade-Molina, M., Montecino, A. & Aguilar, M. S. (2020). Beyond quality metrics: defying journal rankings as the philosopher's stone of mathematics education research. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 359-374. <http://doi.org/10.1007/s10649-020-09932-9>
- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45, 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *ZDM*, 34(3), 66-72. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02655708>
- Bozkurt, G., & Uygan, C. (2020). Lesson hiccups during the development of teaching schemes: a novice technology-using mathematics teacher's professional instrumental genesis of dynamic geometry. *ZDM*, 52(7), 1349-1363. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01184-4>



- Cayton, C., Hollebrands, K., Okumus, S., & Boehm, E. (2017). Pivotal teaching moments in technology-intensive secondary geometry classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(1), 75-100. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9314-y>
- Chin, E. T., Lin, Y. C., & Tuan, H. L. (2016). Analyzing changes in four teachers' knowledge and practice of inquiry-based mathematics teaching. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 25(5-6), 845-862. <https://doi.org/10.1007/s40299-016-0304-3>
- Dove, A., & Hollenbrands, K. (2014). Teachers' scaffolding of students' learning of geometry while using a dynamic geometry program. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(5), 668-681. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.868540>
- Erfjord, I. (2011). Teachers' initial orchestration of students' dynamic geometry software use: consequences for students' opportunities to learn mathematics. *Technology, Knowledge and Learning*, 16(1), 35-54. <https://doi.org/10.1007/s10758-011-9176-z>
- Erwin, E. J., Brotherson, M. J., & Summers, J. A. (2011). Understanding qualitative metasynthesis: issues and opportunities in early childhood intervention research. *Journal of Early Intervention*, 33(3), 186-200. <https://doi.org/10.1177/1053815111425493>
- Fauskanger, J., Ebbelind, A., Friesen, M., Samková, L., Helliwell, T., & Larrain, M. (2022). Introduction to the Thematic Working Group 18: international perspectives on mathematics teacher education and professional development: current and emerging research. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 3051-3059). Bozen-Bolzano: ERME / Free University of Bozen-Bolzano.
- Fiorentini, D., & Crecci, V. M. (2017). Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. *Zetetiké*, 25(1), 164-185. <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v25i1.8647773>
- Flores, A. H. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática*, 19(1), 63-98.
- Gama, R. P., & Fiorentini, D. (2009). Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional. *Educação Matemática Pesquisa*, 11(2), 441-461.
- Gomes, P., Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2021). A lesson study with mathematics teachers: learning about communication in the classroom. *Acta Scientiae*, 23(5), 126-152. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6666>
- Graven, M. (2004). Investigating mathematics teacher learning within an in-service community of practice: the centrality of confidence. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 177-211. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000049277.40453.4b>
- Groenwald, C. L. O., & Llinares, S. (2022). Aprendiendo a mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 2(2), e202202. <https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.29>
- Højsted, I. H. (2022). Big questions for research on digital technology in mathematics education. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 65-68). Bozen-Bolzano: ERME / Free University of Bozen-Bolzano.
- Jesus, C. C., Cyrino, M. C. C. T., & Oliveira, H. M. (2020). Mathematics teachers' learning on exploratory teaching: analysis of a multimedia case in a community of practice. *Acta Scientiae*, 22(1), 112-133. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5566>
- Knapp, A., Barrett, J., & Moore, C. (2016). Prompting teacher geometric reasoning through coaching in a dynamic geometry software context. *School Science and Mathematics, 116*(6), 326-337. <https://doi.org/10.1111/ssm.12184>
- Korhonen, A., Hakulinen-Viitanen, T., Jylhä, V., & Holopainen, A. (2012). Meta-synthesis and evidence-based health care – a method for systematic review. *Scandinavian Journal of Caring Sciences*, 27(4), 1027-1024. <https://doi.org/10.1111/scs.12003>
- Laborde, C., & Laborde, J. M. (1995). What about a learning environment where euclidean concepts are manipulated with a mouse? In A. A. diSessa, C. Hoyles, R.



- Noss, & L. D. Edwards (Eds.), *Computers and Exploratory Learning* (pp. 241-261). Berlin, Heidelberg: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-57799-4_13
- Lucena, T. V., & Barbosa, J. C. (2016). Aprendizagens de professores de matemática em um grupo colaborativo. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (47), 62-80.
- Martins, M., Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2021). Os desafios da abordagem exploratória no ensino da matemática: aprendizagens de duas futuras professoras através do estudo de aula. *Bolema*, 35(69), 343-364. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a16>
- Mavani, D., Mavani, B., & Schäfer, M. (2018). A case study of two selected teachers as they integrated dynamic geometry software as a visualisation tool in teaching geometry. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 22(3), 297-307. <https://doi.org/10.1080/18117295.2018.1522716>
- Noblit, G. W., & Hare, R. (1988). *Meta-ethnography: synthesizing qualitative studies*. London: Sage Publications. <https://doi.org/10.4135/9781412985000>
- Paula, A., & Fiorentini, D. (2021). Aprendizagem e aprendizados de uma professora dos anos iniciais em um contexto de lesson study híbrido. In D. S. Costa, D. M. Brito, K. C. J. F. Costa, M. R. M. Gomes, & P. C. B. Júnior (Eds.), *Pesquisas interdisciplinares na Amazônia Tocantina: saberes e fazeres em diálogos* (pp. 91-109). Belém: RFB Editora.
- Pearson, A., Robertson-Malt, S., & Rittenmeyer, L. (2011). *Synthesizing qualitative evidence*. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins.
- Pocalana, G., Robutti, O., & Liljedahl, P. (2023). Inquiry activities are not for everyone: teachers' beliefs and professional development. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-24. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2176795>
- Ponte, J. P. (Ed.). (2014). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2022). Teachers' learning in lesson study: insights provided by a modified version of the interconnected model of teacher professional growth. *ZDM*, 54(2), 373-386. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01367-1>
- Powell, A. B., & Pazuch, V. (2016). Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica. *Zetetiké*, 24(2), 191-207. <https://doi.org/10.20396/zet.v24i2.8646517>
- Richit, A., & Ponte, J. P. (2019). A colaboração profissional em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. *Bolema*, 33(64), 937-962. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a24>
- Ruthven, K. (2018). Constructing dynamic geometry: insights from a study of teaching practices in english schools. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (Eds.), *Invited lectures from the 13th international congress on mathematical education* (pp. 521-540). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_29
- Santana, E., Serrazina, L., & Nunes, C. (2019). Contribuições de um processo formativo para o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22(1), 11-38.
- Shafer, K. G. (2008). Learning to teach with technology through an apprenticeship model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(1), 27-44.
- Silva, L. A., Prado, A. S., & Barbosa, J. C. (2016). Narrativas de aulas de matemática: reificações de comunidades de prática. *Zetetiké*, 24(45), 93-107. <https://doi.org/10.20396/zet.v24i45.8646531>
- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M. G., De Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., & Owens, K. (2017). Geometry education, including the use of new technologies: a survey of recent research. In G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13* (pp. 277-287). Hamburg: ICMI. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_18
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>



Tinti, D. S. & Manrique, A. L. (2016). Análise de aprendizagens de professores de matemática evidenciadas no estágio potencial de uma comunidade de prática. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (47), 9-22.

Wood, T. (Ed.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education*. Rotterdam: Sense Publishers.



Enseñanza exploratoria de la geometría con software de geometría dinámica y el aprendizaje del profesorado de matemáticas: Una revisión sistemática (Rafael Enrique Gutiérrez-Araujo • Vinícius Pazuch) [Uniciencia](#) is protected by [Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported \(CC BY-NC-ND 3.0\)](#)