

GPS, SU DATUM VERTICAL

Esteban Dörries y Julio Roldán

Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, Universidad Nacional
edorries@una.ac.cr; jroldan@una.ac.cr

RESUMEN

La introducción de la metodología GPS en aplicaciones topográficas y geodésicas pone en notoria evidencia la clásica separación de sistemas de referencia en horizontal y vertical. Con GPS el posicionamiento es tridimensional, pero el concepto de altura difiere del clásico. Si se desea utilizar la información altimétrica debe contemplarse la ondulación del geode.

PALABRAS CLAVES: GPS, datum, alturas, modelo, geode, elipsoide, CARIB97.

ABSTRACT

The introduction of the methodology of GPS for topographic and geodesic applications shows the well-known separation of reference systems both in horizontal and vertical. With GPS the positioning is three-dimensional, but the height concept differs from the classic one. If the desire is to use the altitude information the undulation of the geoid must be contemplated.

KEYWORDS: GPS, datum, highs, model, geoid, ellipsoid, CARIB97.

INTRODUCCIÓN

Aunque el proyecto de investigación de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, de la Universidad Nacional, "Estudio Comparativo del Datum Geodésico de Ocotepaque y el Datum Satelitario del Sistema WGS84", estuvo orientado fundamentalmente a la parte horizontal, para los

vértices geodésicos del Instituto Geográfico Nacional (IGN) se necesitaban alturas elipsoídicas. Esto debido a que en la transformación de siete parámetros se consideran los puntos en dos sistemas cartesianos tridimensionales vinculados a los respectivos elipsoides, se necesitan latitud, longitud y altura para pasar a X, Y, Z.

DATUM Y SISTEMA DE REFERENCIA

La palabra datum se aplica en geodesia con el significado de origen y suele identificarse con el concepto de punto fundamental, llamado también simplemente fundamental, de la definición clásica. Como origen para el posicionamiento de puntos determinados por métodos geodésicos clásicos se le puede aceptar como el punto de referencia de mayor relevancia, pero no llega a cubrir todos los aspectos de lo que se entiende como un sistema de referencia. Para contar con un sistema se requiere tener la orientación en el espacio del punto fundamental y del elipsoide utilizado, así como del traslado de ésta a lo largo de toda la red. De esta forma, el conjunto de los vértices geodésicos de orden superior que la integran materializan el sistema de referencia, lo definen en el terreno. El vínculo de una estructura de orden inferior con un punto de referencia implica conocer su ubicación en el sistema, con uno más se logra la orientación, y con más de dos se pasa a la necesidad de un ajuste amarrado o libre de minimización parcial de traza.

DATUM CLÁSICO

La definición clásica del datum parte de un punto fundamental, en el cual se realizan observaciones astronómicas, para definir la dirección de la

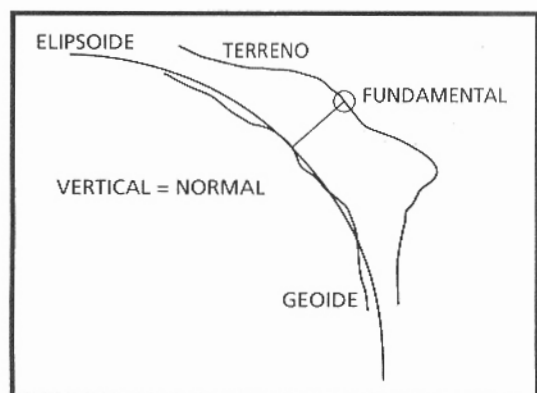


Figura 1. Datum clásico.

vertical y la orientación acimutal hacia por lo menos un punto, se acepta al geoide como la superficie de nivel que coincide con los mares supuestos en reposo y libres de otra influencia que no sea la del campo gravitatorio terrestre y se escoge un elipsoide de revolución determinado por dos parámetros, por ejemplo, el semieje mayor y el achatamiento de la elipse meridiana, como aproximación matemática a la figura de la Tierra.

Para orientar al elipsoide se toma como acimut geodésico hacia un punto el obtenido astronómicamente y se determina la desviación de la vertical en el punto fundamental o se la asume nula, es decir, se acepta que la vertical del lugar y la normal al elipsoide coinciden. Además, se toma como altura elipsoidal la cota o altura ortométrica del punto fundamental, haciendo coincidir el geoide con el elipsoide, anulando, por lo tanto, la ondulación o altura elipsoidal del geoide: $N = h - H = 0$.

En el caso clásico el traslado de la orientación espacial citado antes es principalmente acimutal. En lo que se refiere a la posición, ésta es bidimensional, dada por la latitud y la longitud elipsoidicas. En definitiva, al perderse dos posibles rotaciones y la traslación vertical, el sistema de referencia resultante lo es únicamente horizontal. Esto explica por qué la gran mayoría de los vértices de la red de cadenas de triangulación de primer orden en Costa Rica tienen una cota dada por nivelación trigonométrica, requerida sólo para fines de reducción de observaciones.

DATUM SATELITARIO

Con el advenimiento de la tecnología de posicionamiento global basada en las señales recibidas desde un conjunto de satélites en órbitas casi circulares y a gran altura, se ha tornado familiar hablar de GPS y de WGS84, este último como sistema de referencia o datum satelitario. Efectivamente, el WGS84 es un sistema geodésico de referencia mundial, y al citar los fundamentos de la tecnología de posicionamiento se suelen dar una serie de definiciones importantes. Se habla de los segmentos de control, del espacio y del usuario y se explica que tanto las estaciones terrenas como los satélites y los receptores se encuentran en un espacio tridimensional cartesiano geocéntrico X, Y, Z. Además se aclara, aunque muchas veces en forma demasiado vaga, que a este sistema de referencia se asocia un elipsoide de dimensiones propias, característico del mismo WGS84. No vamos ahondar aquí con respecto a los antecedentes de este sistema, sus diferentes marcos de referencia y la existencia de otros sistemas. Lo importante es destacar que las órbitas de los satélites y la posición instantánea de cada uno de ellos se encuentran dentro del sistema de coordenadas geocéntrico.

Como el punto P, en el que se encuentra la antena del receptor, es ubicado respecto a los satélites utilizados, de hecho quedará dentro del sistema tridimensional geocéntrico.

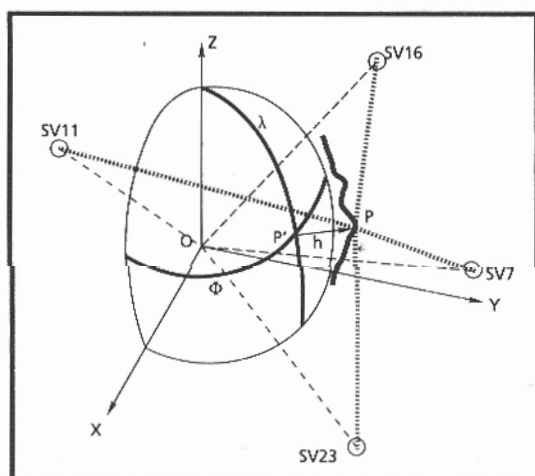


Figura 2. Datum satelitario.

Relaciones geométricas definidas y relativamente sencillas permitirán establecer el vínculo con el sistema elipsoidal asociado. De esta manera, y después de proyectar el punto sobre el elipsoide en forma normal, quedan definidas tres coordenadas elipsoidicas: latitud, longitud y altura. El punto P quedará ubicado en forma absoluta dentro del datum satelitario, algo que en topografía y geodesia pocas veces se aplica de este modo, debido a la pobre exactitud obtenida de esta manera. En prácticamente todas las mediciones se trabaja con metodología diferencial, relativa, por lo cual, aunque las mediciones en sí mismas se realicen en el espacio satelitario, la referencia está dada por el o los puntos de partida. Esta situación se refleja fundamentalmente en la orientación horizontal de los puntos determinados mediante las mediciones, el valor de la altura elipsoidal no se ve afectado en forma sustancial, por lo cual podremos asumir de ahora en adelante que las observaciones suministran alturas sobre el elipsoide WGS84.

DATUM ALTIMÉTRICO

Como origen altimétrico suele utilizarse el nivel medio del mar, asumiendo que de esta forma se tiene un punto del geode, determinado por mediciones prolongadas con mareógrafos y materializado mediante la construcción de hitos fundamentales en las proximidades, obviando el transporte de cota desde el punto fundamental.

ALTURAS Y COTAS

Tradicionalmente se suele distinguir, aunque no siempre en forma muy clara, entre cotas referidas al geode, o por lo menos al nivel medio del mar, y alturas referidas a un plano horizontal, concepto este último no muy correcto geométricamente. Ahora se agrega el de alturas elipsoidicas y su vínculo con las cotas o alturas ortométricas. Esto ocurre porque la metodología GPS no puede separar sus resultados en dos superficies de referencia diferentes. Al operar en el espacio tridimensional, en todo caso puede reducir a dos componentes "horizontales", la latitud y la longitud, y un componente "vertical", todos ellos referidos a la superficie analítica del elipsoide.

UN GEOIDE Y DOS ELIPSOIDES

Como el geode es una superficie de nivel equipotencial y no analítica sólo se le podrá describir en forma discreta, dando los valores de la ondulación para puntos ubicados horizontalmente por su latitud y longitud distribuidos de manera irregular o en forma de cuadrícula. En la actualidad se puede realizar comparando cotas niveladas de modo clásico y alturas elipsoidicas obtenidas mediante técnicas GPS, o a partir de un modelo geopotencial. En Costa Rica, la red de nivelación evidentemente se refiere al geode, la red de triangulación y la cartografía del IGN al elipsoide de Clarke de 1866, y las redes GPS y la cartografía catastral al elipsoide WGS84. Si se asumiera que el datum de Ocotepique lograra ubicar al elipsoide de Clarke en forma geocéntrica, se tendría la situación de la figura 3: dos elipsoides diferentes y un único geode. Como el semieje mayor del elipsoide de Clarke de 1866 es casi 70 m mayor que el WGS84, la latitud media del país es de unos 10° , y el geode tiende a ocupar posiciones por encima del elipsoide en la parte continental, debido a la acumulación de masas, las ondulaciones respecto al elipsoide WGS84 son positivas y respecto al de Clarke de 1866 negativas.

Así, por ejemplo, un punto de latitud $+9^\circ 55'$ y longitud $-83^\circ 00'$ tiene ondulaciones que el modelo Rapp360 fija en $+20,70$ m y $-41,67$ m. Un observador que se encontrara en un punto con aproximadamente esas coordenadas, al sur de Limón y sobre la costa caribeña, a la orilla del mar y, por lo tanto, sobre el geode, tendría al elipsoide de Clarke de 1866 a más de 40 m encima suyo.

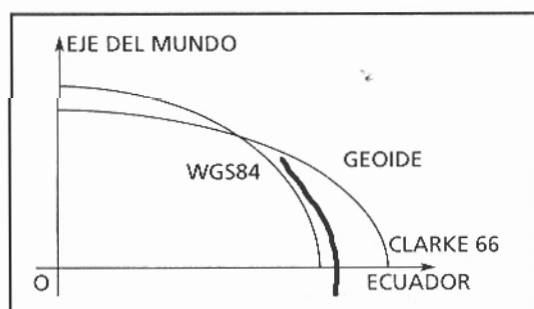


Figura 3. Comparación de elipsoides y geode.

ALTIMETRÍA EN LA TRANSFORMACIÓN

El proyecto de investigación citado en la introducción tuvo como uno de sus objetivos principales la determinación de los parámetros de transformación entre el sistema Ocoatepeque-Lambert y el sistema WGS84-CRTM. Los elementos fundamentales del proceso pueden apreciarse en la figura 4.

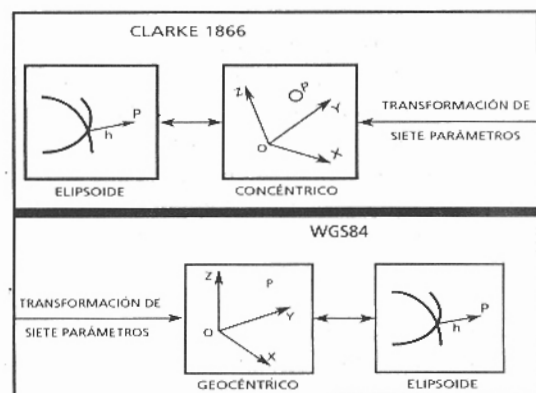


Figura 4. Transformación entre elipsoides.

Se requiere una transformación según fórmulas de la Geodesia Matemática entre el elipsoide y el sistema cartesiano para cada espacio y una transformación semejante de siete parámetros entre los sistemas.

Sin pretender aquí entrar en detalles respecto al proyecto, debemos indicar que en un problema de transformación que pretende fundamentalmente determinar el vínculo entre coordenadas horizontales, el aspecto altimétrico tiene un papel importante, por necesitarse la altura elipsoídica en ambos espacios, algo natural en el WGS84 pero nada inmediato en el Ocoatepeque-Clarke de 1866.

LA "NIVELACIÓN" CON GPS

En forma simplificada por no tener en cuenta, entre otros aspectos, la curvatura de la vertical y la falta de coincidencia con la normal al elipsoide, la altura elipsoídica h y la ortométrica H quedan vinculadas con la ondulación del geoides por $h = H + N$.

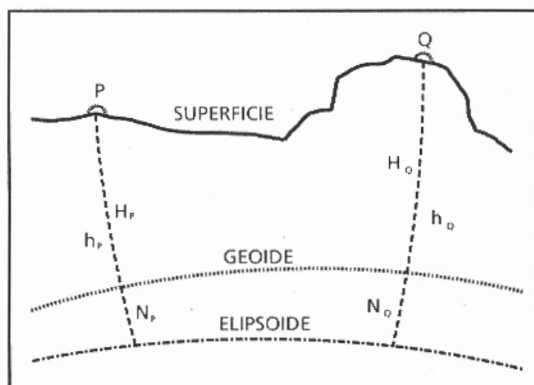


Figura 5. Ondulación del geoides y "nivelación" con GPS.

Por nivelación geométrica se determina la diferencia de cotas $\Delta H = HQ - HP$ entre los puntos P y Q, y conociendo la cota de uno de los puntos se puede determinar la del otro. Con métodos diferenciales GPS se puede determinar la diferencia de alturas elipsoídicas $\Delta h = h_Q - h_P$. Esto conduce a la idea de interpretar ese valor como una diferencia de alturas ortométricas. Sin embargo, debe contemplarse que la primera expresión de este párrafo se traduce en $\Delta h = \Delta H + \Delta N$, lo que limita la posibilidad de asumir la igualdad de diferencias de altura al caso en que pueda suponerse nula la diferencia de ondulaciones. Esto dependerá de la exactitud deseada, de la distancia entre los puntos y del relieve, si se lo puede suponer representativo de la distribución de masas en la corteza terrestre. Si se conocen las ondulaciones del geoides para todos los puntos involucrados, algo que sólo tiene sentido si se cuenta con un modelo del mismo, pueden afectarse las diferencias de altura elipsoídica medidas con las diferencias de ondulación determinadas con el modelo, obteniendo diferencias de altura ortométricas a someter a los ajustes correspondientes en forma convencional.

MODELOS DEL GEOIDE

Los modelos del geoides comprenden dos aspectos fundamentales, los datos y los algoritmos de interpolación. Los datos pueden ser globales, en el ámbito mundial, o locales, en el ámbito de nación o región. Junto a la forma en que han sido determinados, y en consecuencia la calidad de los mismos, interesa su resolución, el valor de la equidistancia

de la cuadrícula en que se basa el programa de interpolación para definir el valor de la ondulación para un punto determinado. Los modelos del geoide se han ido superando notablemente, en cuanto al volumen y calidad de datos originales usados para generar la cuadrícula, en cuanto a su densidad y en cuanto a su cobertura.

RAPP360 Y OSU91A

El modelo original del Prof. Rapp cubre toda la Tierra con una cuadrícula de 15', que fue densificada a los 5' para su aplicación a la red GPS medida para el Catastro Nacional en el año 1990, que define el datum CR90, base del sistema de proyección CRTM. Por lo menos en lo que concierne al territorio costarricense, este modelo no es muy exacto y tiene, además, un componente sistemático aditivo de unos 10 m.

El modelo OSU91A fue desarrollado a partir de los trabajos del Prof. Rapp en la Ohio State University a principios de la década de los 90, y mantiene la resolución de 15'. Aunque se obtienen resultados mejores con este modelo, sigue preocupando la baja resolución, un cuarto de grado equivale aproximadamente a 28 km, distancia a la cual un par de equipos de dos frecuencias pueden alcanzar una exactitud de unos 6 a 7 cm en la determinación de una diferencia de alturas elipsoidicas.

EGM96

El modelo del geoide EGM96 cubre toda la Tierra y se basa en el modelo geopotencial del mismo nombre. Aunque mantiene la cuadrícula de 15' representa un sensible incremento de exactitud, debido al enorme volumen de datos gravimétricos, orbitales y de otro tipo que fueron procesados. Esta mejora es notoria de seguro en regiones con variaciones topográficas poco destacadas, pero en Costa Rica se mantiene el problema de las pendientes del terreno muy marcadas, que dan lugar a grandes variaciones de la pendiente de la superficie del geoide y, por lo tanto, de su ondulación.

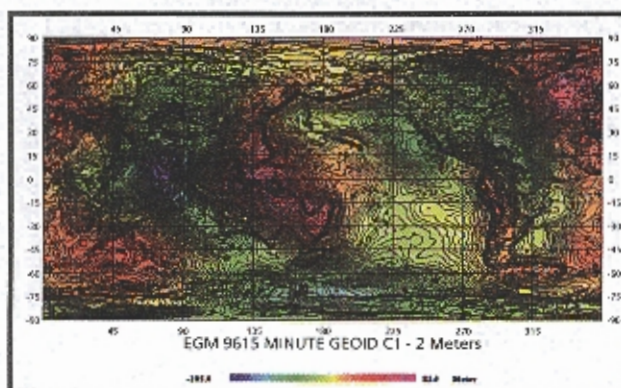


Figura 6. Modelo EGM96.

CARIB97

Este nuevo modelo surge como consecuencia del desarrollo del GEOID96, que cubre el territorio de los EE. UU. de América con una cuadrícula de 2'. Este enorme incremento de la resolución, con el cual se pasa de cuatro a treinta datos por grado, se aplicó también en el modelo MEXICO97 y CARIB97. El primero sólo cubre parte de los territorios vecinos al sur de la república mexicana, y el segundo cubre toda la cuenca del Caribe, pero con limitaciones que lamentablemente afectan la cobertura del país, la que no es total. Sin embargo, de la figura se desprende que el límite sur del modelo es el paralelo de latitud 9°, por lo cual gran parte de Costa Rica está abarcada. Al oeste el límite es el meridiano de longitud -86°, totalmente suficiente para el país, inclusive puede distinguirse el Lago de Nicaragua en el gráfico.

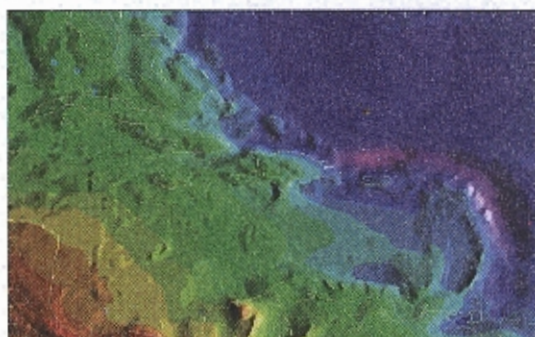


Figura 7. Modelo CARIB97.

CARIB-CR97

El modelo CARIB97 tiene sus datos divididos para la parte oriental y la parte occidental, y permite efectuar una extracción de datos para formar una base más pequeña que cubra la región de interés. Este proceso se realizó para rescatar la región que cubre parcialmente el país, entre los paralelos de latitud 9° y 12° , y los meridianos de longitud -86° y -82° . A este submodelo se le llamó CARIB-CR97, y está formado por $3 \times 30 + 1 = 91$ datos en dirección norte-sur y por $4 \times 30 + 1 = 121$ datos en dirección oeste-este, para un total de 11011 datos y 10800 píxeles. En la figura 8 se aprecian los píxeles, mostrando la diversidad de las regiones del país.



Figura 8. Modelo CARIB-CR97.

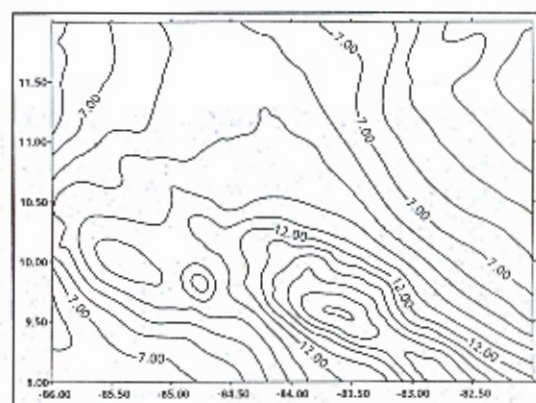


Figura 9. Curvas de igual ondulación según el modelo CARIB-CR97.

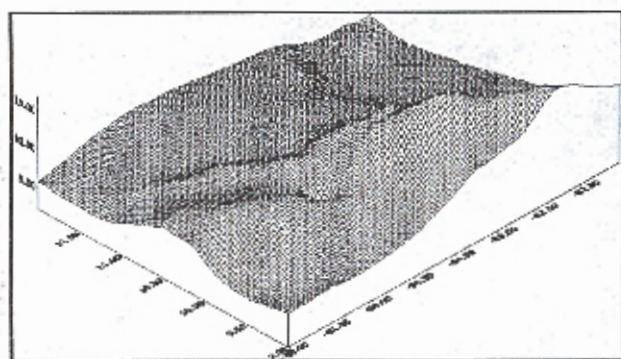


Figura 10. Perspectiva de la ondulación del geode en el modelo CARIB-CR97.

En la imagen de la figura 9 se tienen las curvas de nivel del geode, curvas de igual ondulación, calculadas a partir de los valores de la cuadrícula. Queda en evidencia como el geode se "levanta" en la región de Talamanca, aunque también se puede apreciar una depresión. La figura 10 es una representación en perspectiva que no requiere de explicación adicional.

CARIB-CR97-4x4

La falta de cobertura total del país por parte del modelo CARIB-CR97 no permite una aplicación global, sino limitada a las regiones central y norte de Costa Rica.

Para contar con una cobertura total se está investigando la integración del modelo CR97, que cubre una región de $3^{\circ} \times 4^{\circ}$, con una faja de un grado de ancho que contenga los datos comprendidos entre los paralelos 8° y 9° . Estos últimos datos están

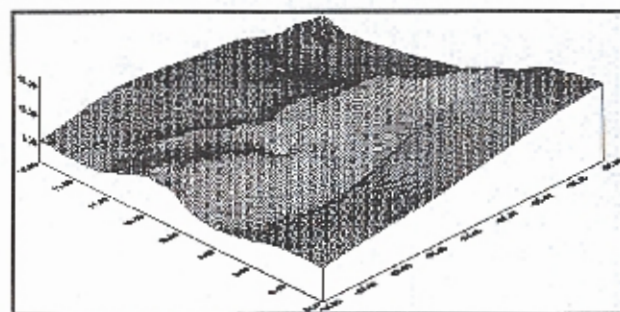


Figura 11. Perspectiva de la ondulación del geode en el modelo CARIB97-4x4.

cada 15' y difieren de los del modelo CARIB97. Por lo tanto, se está aplicando un algoritmo de integración de las dos cuadrículas, que no es de interpolación ni de extrapolación, al que llamamos "intrapolación en T".

Este aspecto está aún en proceso de investigación y ajuste de parámetros, para suavizar la transición de una región a la otra. Por el momento los resultados son satisfactorios, aunque la transición todavía es demasiado abrupta, como puede observarse en la figura 11. Esto ocurre fundamentalmente en la parte marina. Al modelo así obtenido se le está llamando CARIB-CR97-4x4 por cubrir la región de interés, de $4^{\circ} \times 4^{\circ}$.

ALTIMETRÍA GPS EN GRANDES REDES

En los últimos años se ha hecho evidente que en la determinación de grandes redes que sirven de soporte a redes o sistemas geodésicos de mayor densidad, la tecnología GPS no tiene competencia y ha desplazado los sistemas tradicionales, así como lo hiciera la trilateración, aunque no por mucho tiempo, con la triangulación. Podrá hablarse ahora y por mucho tiempo más de una "trivectorización", al obtenerse vectores espaciales sin exigir grandes condiciones para la observación y con una exactitud que hace palidecer el ansiado mm por km, el 10^{-6} de las antiguas bases geodésicas.

REDES VERTICALES Y HORIZONTALES

En lo tradicional se distinguen redes verticales, que siguen las principales rutas sin tener una configuración geométrica determinante y logran una gran exactitud altimétrica aunque la posición de los puntos es aproximada, y redes horizontales, que forman figuras de configuración adecuada a la exactitud en coordenadas a obtener, sin necesidad de una gran exactitud en lo altimétrico, importante únicamente para las reducciones. La ubicación de los puntos era muy diferente, los bancos de nivel muy accesibles y los vértices geodésicos en alta montaña. Esta situación ha cambiado al no requerirse la intervisibilidad, pueden distribuirse puntos de una red GPS de forma que su acceso sea fácil. Sin embargo, en la elaboración de los datos finales se sigue distinguiendo entre la parte horizontal y la

parte vertical, algo que debe mantenerse por ser diferentes las superficies de referencia, por lo menos mientras no se pueda pasar de un tipo de altura al otro con facilidad. Como se ha dicho anteriormente y como se detallará más adelante, la aplicación de modelos es el camino más inmediato, aunque puede diseñarse una red con fines altimétricos que establezca vínculos con bancos de nivel. Esta alternativa se ha seguido con éxito en muchos países, pero tiene como requisitos para la red altimétrica existente que sea suficientemente densa y, fundamentalmente, que sea confiable, algo crítico en países de alta actividad sísmica y vulcanológica.

EXACTITUD INTERNA Y EXTERNA

Cuando se efectúan mediciones GPS en una red extensa se pueden descomponer los vectores en un acimut, una distancia horizontal y una distancia vertical o diferencia de altura, evidentemente elipsoidal. Estas diferencias de altura pueden ingresarse a un programa de ajuste altimétrico convencional y normalmente se obtendrá un resultado de alta exactitud, concordante con las especificaciones del fabricante del equipo, tanto en las alturas como en las observaciones ajustadas. En este ajuste, libre por no contarse con alturas elipsoidicas de los puntos, la exactitud obtenida es interna, no está afectada de otros factores que no sean los del proceso de medición.

Si en la misma red del párrafo anterior se aplican las correcciones citadas para pasar de diferencias de altura elipsoidicas a ortométricas mediante la aplicación de un modelo, y el ajuste se hace libre, las desviaciones estándar de alturas ajustadas y observaciones serán las mismas que en el caso anterior, reflejando la exactitud interna. El proceso de ajuste minimiza las diferencias entre las alturas aproximadas y las ajustadas, la red entera se "ajusta" a los puntos dados sin deformarse. Si para los puntos conocidos, por ejemplo puntos de la red nacional, se toman como valores de partida sus cotas, las diferencias con las cotas ajustadas son un indicador de la exactitud externa obtenida.

ALTIMETRÍA EN EL CR98

Las redes parciales medidas en el año 1995 y las redes de las vertientes Pacífica y Atlántica

medidas en 1997 fueron sometidas a un ajuste global horizontal con amarre al Sistema Mundial de Estaciones de Referencia de Operación Continua. También se efectuó el amarre en lo altimétrico, pero en lo elipsoidal, lo que implica una limitación ya planteada, aunque la exactitud sea centimétrica. Esta red representa una referencia, tiene carácter de materialización del datum WGS84, con una exactitud nunca alcanzada hasta ahora. Sin embargo, desde el punto de vista altimétrico se mantienen los problemas, aunque los modelos hayan evolucionado notablemente. A continuación se hace referencia a algunos aspectos que son producto de la evaluación del mismo material, las diferencias de altura elipsoidicas, con los diversos modelos disponibles, para una red de 68 puntos, 15 de ellos con cota precisa o trigonométrica, y más de 250 observaciones.

EVALUACIÓN CON EL MODELO OSU91A

Se realizó el ajuste con 10 puntos de datum, aquéllos en los cuales la diferencia entre la cota del IGN y la ajustada, que llamaremos delta, resultó menor que 1 m. Los restantes puntos con cota conocida recibieron deltas de 1,5 a 5,5 m, valores muy altos pero siempre mejores que los del CR90. La enorme exactitud interna se manifiesta en las desviaciones estándar de las cotas ajustadas, que están entre 25 y 100 mm, en una red que cubre todo el país.

EVALUACIÓN CON EL MODELO EGM96

Para el cambio de modelo se debieron recalcular todas las diferencias de altura observadas. El ajuste se realizó libre de minimización parcial de traza sobre 10 puntos, que tuvieron nuevamente un delta menor que 1 m. En los puntos restantes la situación mejoró, ya que los deltas se situaron entre 1,0 y 2,6 m. La exactitud interna también mejoró, situándose entre 20 y 40 mm.

Para tener una visualización del comportamiento del modelo en la red, que cubre en forma bastante homogénea al país, se graficaron en la figura 12 las curvas de igual ondulación obtenidas a partir de las ondulaciones de los 68 puntos de la red.

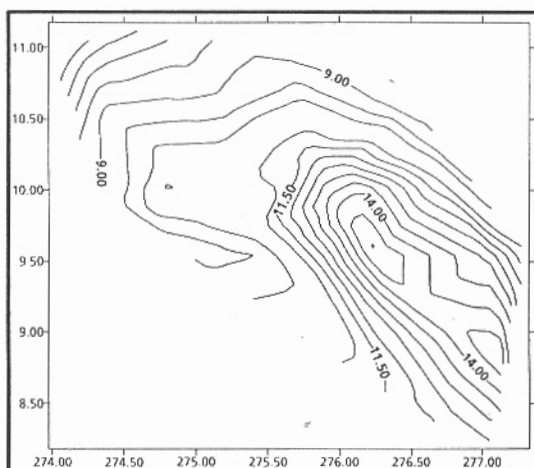


Figura 12. Curvas de igual ondulación según el modelo EGM96.

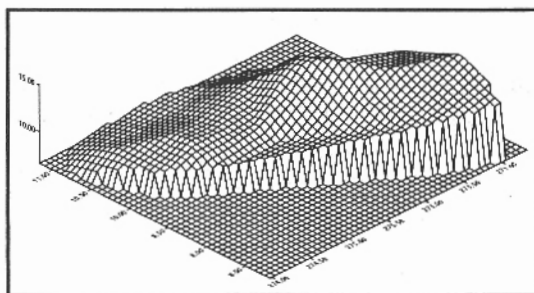


Figura 13. Perspectiva de la ondulación según el modelo EGM96.

En la figura 13 se encuentra la perspectiva correspondiente, que muestra gran uniformidad a falta de detalle.

EVALUACIÓN CON EL MODELO CR97-4x4

Nuevamente se debieron recalcular todas las diferencias de altura observadas. El ajuste se realizó libre de minimización parcial de traza sobre 11 puntos, que tuvieron ahora un delta menor que 0,75 m. En los puntos restantes la situación mejoró aún más, ya que los deltas se situaron entre 1,0 y 1,5 m. La exactitud interna mejoró algo, situándose entre 15 y 40 mm.

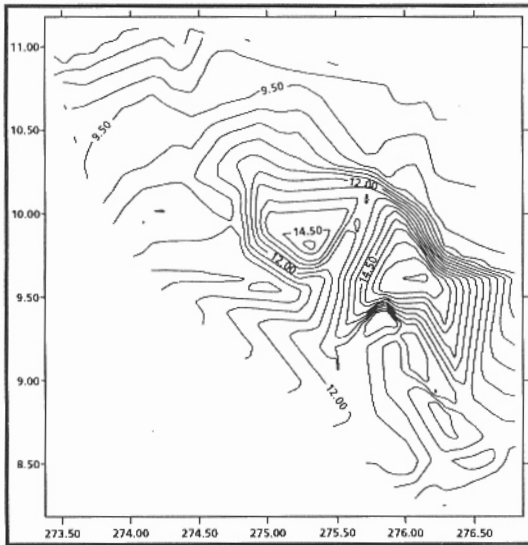


Figura 14. Curvas de igual ondulación según el modelo CR97-4x4.

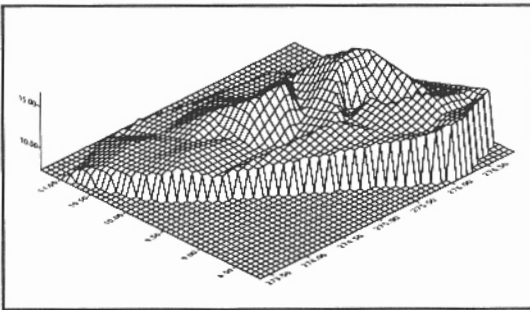


Figura 15. Perspectiva de la ondulación según el modelo CR97-4x4.

Para tener también en este caso una visualización del comportamiento de este modelo en la red, se graficaron las curvas de igual ondulación y la perspectiva correspondiente.

Es notable el aumento de complejidad de las figuras en relación con el caso anterior, aunque la parte sur todavía se encuentra afectada de la imperfección en la ampliación del modelo.

CONCLUSIONES

- La aplicación de un modelo como el CARIB97 es adecuada si la exactitud buscada está dentro del rango que el modelo permite, asumiendo que se tienen puntos de vínculo con la red altimétrica nacional.
- Una aplicación del modelo en sectores no muy extensos y de pendientes no muy pronunciadas puede dar muy buenos resultados, especialmente si existen marcas de referencia que permitan determinar una muy posible traslación vertical de todo el sistema considerado.
- La ampliación del modelo al sur del paralelo 9° es deseable, se obtendría una cobertura total controlada por algunos puntos con cota IGN y altura elipsoidal.
- Una determinación nacional del geode puede considerarse como deseable, pero requiere previamente de un estudio que contemple aspectos geofísicos, geodésicos, geotectónicos y cartográficos.

BIBLIOGRAFÍA

- Dörries, E. 1998. *GPS, su referencia vertical*. Conferencia V Congreso Internacional de Topografía. Colegio de Ingenieros Topógrafos. Costa Rica.
- Dörries, E. y J. Roldán. 1999. *Estudio comparativo del datum geodésico de Ocoatepeque y el datum satelitario del sistema WGS84*. Informe final de proyecto de investigación. Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia. Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Núñez-García, A., J.L. Valbuena y J. Velasco. 1992. *GPS: La nueva era de la topografía*. Ediciones de las Ciencias Sociales. Madrid, España. 236 p.
- Seeber, G. 1993. *Satellitengeodäsie*. Walter de Gruyter. Berlín, Alemania. 531 p.
- Smith Dru A. y H.J. Small. *The CARIB97 high resolution geoid height model for the Caribbean Sea*, Internet.