

## ESTUDIO DE LA ONDULACIÓN DEL GEOIDE

*Jorge Moya Zamora y Esteban Dörries B.*

Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica  
Email: jmoya@una.ac.cr; edorries@una.ac.cr

### RESUMEN

Se describe una metodología alternativa para determinar la ondulación del geoide en un área de 4 X 4 minutos de arco en los alrededores de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia de la Universidad Nacional en Costa Rica. La propuesta implica la realización de mediciones GPS y convencionales altimétricas sobre una red tridimensional de puntos establecida para dicho propósito. Las mediciones elaboradas permiten determinar tanto la ondulación del geoide como la diferencia de la altura elipsoidal y la altura ortométrica o cota. Los resultados servirán para conocer el comportamiento del geoide para el área de trabajo, el cual se comparará con los valores de la ondulación obtenidos a través del modelo Carib97, que cubre específicamente el Mar Caribe. Actualmente se tiene un 80% de la red medida y elaborada, y se están realizando las primeras pruebas para la determinación de la ondulación del geoide en la zona.

**PALABRAS CLAVES:** geoide, modelo Carib97, ajuste, GPS, poligonación vertical.

### ABSTRACT

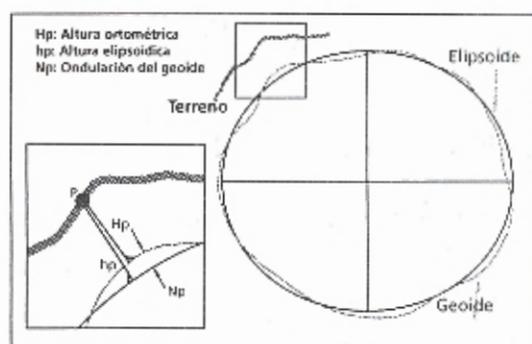
This article describes an alternative methodology for determination of the geoid undulation on an area of 4 X 4 minutes of arc around the Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia in the Universidad Nacional, Costa Rica. The proposal requires to make GPS and conventional altimetric measurements in a three-dimensional network established for this purpose. The elaborated measurements allow to determine the geoid undulation as

the difference between of ellipsoidal height and orthometric height. The results will serve to know the behavior of the geoid in the area, which is going to be compared with the calculated undulations coming from the application of the Carib97 model that covers the Caribbean Sea. At present only 80% of the net has been calculated. In order to determinate the geoid undulations, now it is doing the firsts tests.

**KEYWORDS:** geoid, Carib97 model, adjustment, GPS, vertical poligonation.

### INTRODUCCIÓN

La componente vertical es de fundamental importancia en la ubicación de puntos en la superficie terrestre y su determinación implica realizar procesos de medición denominados nivelación, en sus dos variantes convencionales más conocidas: la nivelación geométrica y la nivelación trigonométrica. Las alturas obtenidas de estos procesos se denominan alturas ortométricas [**H**] y están relacionadas con una superficie equipotencial no analítica, denominada geoide. Por otro lado, las técnicas modernas en posicionamiento satelital y específicamente el sistema GPS permiten obtener, aparte de otras magnitudes horizontales, la altura de los puntos referida a una superficie analítica como lo es el elipsoide asociado al datum geodésico mundial WGS84. Éstas son llamadas alturas elipsoidales [**h**]. La relación entre el geoide y el elipsoide está definida básicamente por la denominada ondulación del geoide [**N**], la cual determina para cada punto la distancia lineal a la que se encuentra el geoide en relación con el elipsoide.



**Figura 1. Relación entre la altura ortométrica, la altura elipsoidal y la ondulación del geoide para un punto sobre el terreno.**

El geoide se define como la superficie de nivel del campo gravitatorio que mejor se ajusta al nivel medio del mar y se extiende por debajo del cuerpo sólido de la Tierra (SEEBER 1993). Las características, principalmente físicas del geoide, hacen que su representación sea complicada y, por lo tanto, para conocer dicha superficie es necesario establecer modelos que permitan reproducir su comportamiento.

Los puntos establecidos en el área de investigación sirven para realizar el estudio comparativo de la ondulación del geoide. En la parte vertical se están efectuando nivelaciones trigonométricas en una variante desarrollada en el marco de la investigación, denominada internamente Poligonación Vertical, con la cual se obtienen alturas dentro del sistema altimétrico oficial de Costa Rica. Con base en mediciones GPS se determinará la ubicación horizontal de los puntos dada por las coordenadas  $[\varphi, \lambda]$  y su altura elipsoidal  $[h]$ .

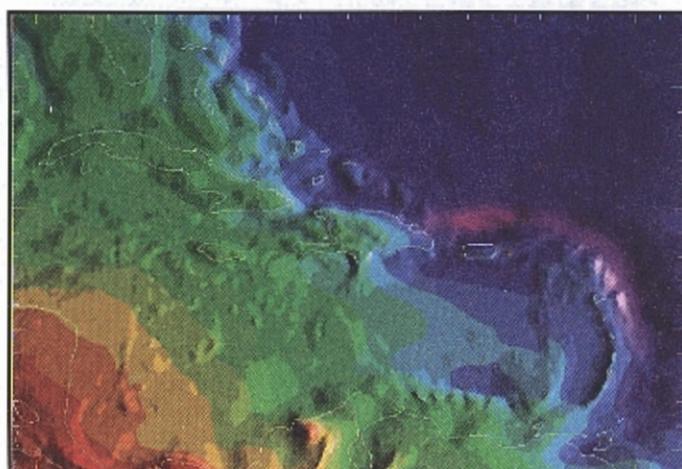
El punto base central para la investigación es el denominado ETCG, ubicado en la torre de observación de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, cuya ubicación tridimensional se determinó con alta exactitud dentro del marco de referencia ITRF. Los resultados de las mediciones convencionales y GPS

permitirán el cálculo de la ondulación del geoide, la cual se puede comparar estadísticamente con la que se obtiene del modelo regional Carib97, permitiendo, a su vez, establecer el grado de compatibilidad del modelo en la zona de trabajo, con la determinación empírica de las ondulaciones, un eventual parámetro de traslación vertical y la exactitud de la aplicación del mismo.

El modelo empleado para la comparación es el denominado Carib97, que tiene una resolución de  $2 \times 2$  minutos de arco, esto significa, que se conoce el valor de la ondulación del geoide en cada uno de los puntos de intersección de la cuadrícula. El modelo se extiende desde  $9^\circ$  a los  $28^\circ$  latitud norte y desde los  $58^\circ$  a los  $86^\circ$  longitud oeste. Para conocer la ondulación del geoide para cualquier punto que esté dentro de la grilla, se aplica el programa de interpolación que está asociado al modelo, el cual determina ese valor con base en los diferentes algoritmos y de acuerdo con la posición geográfica del punto. Con base en la resolución del Carib97, el territorio costarricense queda en su totalidad cubierto en el sentido este-oeste, mientras que en sentido norte-sur se tiene información a partir del paralelo de  $9^\circ$  latitud norte, dejando prácticamente por fuera la parte de la Península de Osa.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Contemplando la resolución del modelo Carib97, se decide abarcar una zona de trabajo



**Figura 2. Zona cubierta por el modelo del geoide Carib97.**

alrededor del punto ETCG, la cual cubre un área de aproximadamente 50 km<sup>2</sup>, es decir, un radio cerca de 7 km desde el punto ETCG. El área se extiende en sentido norte hasta el cruce de San José de la Montaña en Barva de Heredia y al sur hasta el cementerio de Santo Domingo de Heredia. En el sentido oeste hasta la entrada al Barreal de Heredia y al oeste hasta el cruce de Santo Tomás de Heredia, dicha zona abarca las hojas cartográficas Burío, Uriche, Santo Domingo y Cubujuquí escala 1:10000 del Instituto Geográfico Nacional.

## METODOLOGÍAS DE MEDICIÓN

La zona se cubrió con una red geodésica tridimensional que consta de 50 puntos, que se amojonaron de acuerdo con los estudios de campo realizados y con los procesos de simulación de ajuste geodésico. La red estrictamente contempla más de los 50 puntos, ya que en la parte vertical se han medido más puntos que en la parte GPS. La idea original de la red se gestó también como una ayuda a las prácticas de campo de la carrera de ingeniería topográfica y geodésica.

En la parte de medición de campo se emplean dos técnicas: medición satelital mediante equipos GPS y mediciones convencionales empleando estaciones totales.

En el primer caso, se hace uso del método estático relativo por medición de fase, contemplando dobles sesiones de medición, de 15 minutos en cada uno de los puntos de la red. El intervalo de tiempo se escogió porque se tiene un equipo CORS en el punto ETCG que mide permanentemente, y por la exactitud en sus mediciones. En ese sentido se decidió aprovechar esta modalidad en cuanto al tiempo de medición, para estudiar su influencia en la determinación de los vectores GPS entre los puntos de la red y de éstos con el punto central, determinados con relativamente poco tiempo de observación. En forma general, la metodología de medición no varía en cuanto a lo establecido y lo usado en mediciones topográficas y geodésicas. Se contaba en la mayor parte de la campaña de medición con tres equipos: dos receptores GPS 4000 SST de dos frecuencias de Trimble®, que eran usados como equipos de campo, y un receptor GPS 5700 de Trimble®, el cual está ubicado en el punto

ETCG. Las dobles sesiones de medición en los puntos permitían, además, contar con una medición adicional de control, lo que generaba un vector totalmente independiente.

En la parte de medición con equipo convencional moderno, cuyo objetivo fundamental es obtener alturas ortométricas de los puntos de la red, se puso en marcha una metodología no convencional para la determinación de las diferencias de altura entre los puntos, los nodos de la red, a la que se le llamó Poligonación Vertical. Esta metodología, que está siendo objeto de una tesis de grado, se aplica a redes de nivelación en las cuales las estaciones intermedias de una estación total no implican determinación de posición ni de altura. La nueva metodología recibe el nombre de Poligonación Vertical, porque el uso de las estaciones totales permite la determinación de diferencias de altura parciales entre estaciones intermedias sin puntos en el suelo; los puntos de cambio están en el centro del instrumento, se usa un centrado forzoso vertical y medición directa de ángulos en planos verticales que se cortan en la vertical de cada estación. Si se abaten estos planos sobre un plano común, las visuales generan una poligonal que sigue las diferencias de altura, que pueden determinarse con una exactitud centimétrica o mejor dentro de una red. Las mediciones realizadas demuestran la eficacia de la metodología, que tiene un alto valor en la relación entre la calidad de los resultados y el esfuerzo y tiempo requeridos.

## PROCESO DE AJUSTE

Las mediciones realizadas tanto en la parte GPS como en la convencional se elaboraron para obtener los vectores independientes entre los puntos de la red y los desniveles ortométricos, respectivamente. En la parte GPS, las observaciones se someterán a un proceso de ajuste geodésico por mínimos cuadrados sobre el elipsóide contemplando el programa TGO®, del fabricante del equipo GPS, con el cual se obtendrán las coordenadas elipsóidicas ajustadas de cada uno de los puntos y su desviación estándar.

En la parte altimétrica convencional, los procesos de nivelación por Poligonación Vertical brindarán la diferencia de altura ortométrica entre

los puntos de la red. Estos desniveles se ajustarán contemplando el uso del programa de ajuste geodésico ARGE-DOGO®, el cual brindará las coordenadas o cotas ajustadas y la desviación estándar.

## ONDULACIÓN DEL GEOIDE

La determinación empírica de la ondulación del geoide se efectuará con base en las alturas elipsoídicas ajustadas y las alturas ortométricas ajustadas en cada punto. De esa diferencia se obtiene la ondulación del geoide, la cual se comparará en primera instancia con la ondulación para el mismo punto que brinda el programa de interpolación del modelo Carib97.

Una variante del ajuste conduce a una forma diferente de evaluación, con un alto valor de información para el análisis. La altura elipsoídica, determinada por mediciones GPS de alta exactitud, puede ser afectada por una corrección por ondulación determinada con el modelo Carib97 a partir de la posición de cada punto. Estas cotas se utilizan como incógnitas aproximadas en un ajuste altimétrico libre con minimización total de traza, en el cual se introducen las diferencias de altura determinadas por poligonación vertical, sin ajuste previo. Este proceso permite obtener las incógnitas ajustadas (cotas a partir de la nivelación) con la minimización de la suma de las discrepancias residuales, así como sus desviaciones estándar. Estas discrepancias son proporcionadas directamente por el ajuste, que también suministra información sobre las líneas de nivelación ajustadas y su desviación estándar.

## RESULTADOS

Hasta el momento se tienen las coordenadas elipsoídicas ajustadas de 20 puntos en la parte GPS, y en la parte altimétrica convencional se tienen aproximadamente 50 puntos ajustados. La configuración geométrica de una red horizontal y una vertical tienen diferencias, entre las que se destacan en especial el tipo de observación realizada en cada una. De acuerdo con esto y con las ventajas de la Poligonación Vertical, existen más puntos en la red vertical que en la GPS. Evidentemente en el estudio se tomarán aquellos puntos en los cuales se tengan los dos valores de altura.

Los resultados muestran hasta el momento, que las desviaciones estándar en las coordenadas ajustadas horizontales de los puntos obtenidas con mediciones GPS, presentan valores de 1 a 11 mm. Mientras que en altura elipsoídica ajustada, la exactitud va de los 6 a los 32 mm.

La medición con Poligonación Vertical ha demostrado que se pueden nivelar líneas con longitudes de varios kilómetros en relativamente corto tiempo, obteniendo resultados en los desniveles del orden de los  $\pm 5$  cm, o mejor, al cerrar los diferentes circuitos. Debido a que el método se está aplicando dentro de una estructura de red, es factible realizar las mediciones sólo en un sentido, ya que con el proceso de ajuste y la configuración de la misma red se pueden detectar eventuales errores en algunas de las líneas niveladas, factor que incrementa la optimización del tiempo de medición en el campo. Los resultados del ajuste brindan las alturas ortométricas ajustadas, las cuales tienen desviaciones estándar entre los 17 y los 40 mm.

La red tridimensional es un producto muy importante de la investigación, ya que ésta cubre un área de aproximadamente 50 km<sup>2</sup>, la cual está amojonada en su totalidad. La configuración de la red permite que se realicen densificaciones entre puntos conocidos, actividad que beneficia tanto al sector docente y estudiantil de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia como a otros, por ejemplo, el catastral y el municipal.

La investigación que se está llevando a cabo no contempla la medición o eventual utilización de datos gravimétricos, ya que no se tiene acceso al equipo necesario para realizar mediciones de gravedad en la zona del proyecto. Sin embargo, lo que se está proponiendo es una metodología alternativa y accesible, basada principalmente en una determinación geométrica de la ondulación del geoide, que no requiere de datos gravimétricos. Cuando se tenga la totalidad de los resultados se podrá afirmar si es factible su aplicación en otras regiones del país, ya que la zona de estudio es de pendientes intermedias.

**BIBLIOGRAFÍA**

- Dörries, E. 1998. *GPS, su referencia vertical*. Conferencia V Congreso Internacional de Topografía. Colegio de Ingenieros Topógrafos. Costa Rica.
- Dörries, E. y J. Roldán. 1999. *Estudio comparativo del datum geodésico de Ocoatepeque y el datum satelitario del sistema WGS84*. Informe final de proyecto de investigación. Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia. Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica. 181 p.
- Moya, J. 2001. *Desarrollo de una metodología de medición con el sistema de posicionamiento global GPS para el estudio cinemático de cuerpos en la superficie de la Tierra*. Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia. Universidad Nacional. Trabajo Final de Graduación. Heredia, Costa Rica. 185 p.
- Núñez-García, A., J.L. Valbuena y J. Velasco. 1992. *GPS: La nueva era de la topografía*. Ediciones de las Ciencias Sociales. Madrid, España. 236 p.
- Seeber, G. 1993. *Satellite geodesy: foundations, methods, and applications*. Traducción al inglés del título original *Satellitengeodäsie*. Walter de Gruyter. Berlín, Alemania. 531 p.